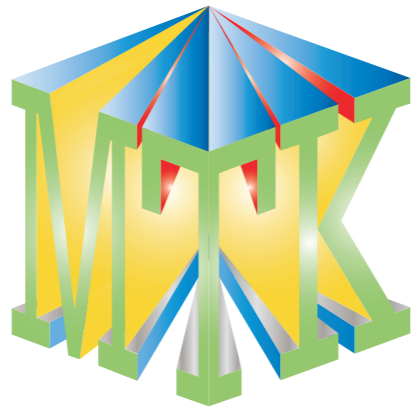


# Ábaco Japonés



Suma y Resta  
Multiplicación

# Contenido

## Contenido

### Ábaco Japonés

#### Cuarto Nivel de Abstracción

- Introducción
- Ábaco
- Ábaco Japonés
- Escribir números
- Ejemplo
- Serie de ejercicios 1

### Sumas y Restas

#### Cuarto Nivel de Abstracción

- Sumas de primer nivel
- Sumas hasta nueve. Primer paso
- Serie de ejercicios 2
- Restas de primer nivel
- Restas hasta nueve. Primer paso
- Serie de ejercicios 3
- Sumas de segundo nivel
- Sumas hasta nueve. Segundo paso
- Serie de ejercicios 4
- Restas de segundo nivel
- Restas hasta nueve. Segundo paso
- Serie de ejercicios 5
- Sumas de tercer nivel
- Sumas hasta 18
- Serie de ejercicios 6
- Serie de ejercicios 7

- Restas de tercer nivel
- Restas hasta 18
- Serie de ejercicios 8
- Serie de ejercicios 9

### Multiplicación

#### Cuarto Nivel de Abstracción

- Introducción
- El multiplicador tiene una cifra y el multiplicando dos cifras
- Ejemplo
- El multiplicador tiene dos cifras y el multiplicando dos cifras
- Ejemplo
- El multiplicador tiene dos cifras y el multiplicando tres cifras
- Ejemplo
- Serie de ejercicios 10

# Ábaco Japonés

## Cuarto Nivel de Abstracción

### Introducción

La *Pedagogía de la Espiral Ascendente del Conocimiento* utiliza cinco pasos para la apropiación y aplicación de los conceptos matemáticos.

El ábaco Japonés permite a los estudiantes entender, demostrar y desarrollar la habilidad en el uso del sistema numérico decimal, en el cual la posición del dígito –la columna numérica en la cual se encuentra– determina su valor.

El ábaco tiene en cada una de las columnas numéricas solamente cinco cuentas, una con valor de cinco y cuatro con valor de uno cada una. Esto permite efectuar las operaciones aritméticas con mayor velocidad, lo cual permite a los estudiantes desarrollar su imaginación e inteligencia.

### Ábaco

El ábaco es indudablemente la primer calculadora que el ser humano ha utilizado. Los primeros ábacos fueron creados hace más de 5,000 años en Babilonia y China.

Los primeros ábacos consistían en piedras y tablas sobre las cuales se movían las piedras.

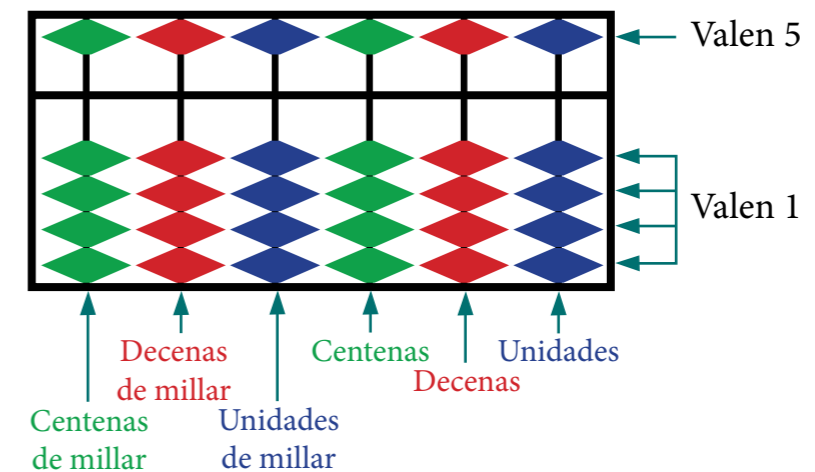
El invento del sistema numérico decimal, permitió la creación de ábacos más eficientes y veloces.

En los primeros tres niveles de abstracción, los estudiantes utilizan las columnas numéricas para crear el sistema numérico y efectuar las operaciones básicas.

El ábaco es una forma más eficiente y veloz de efectuar las operaciones básicas, siguiendo exactamente le mismo procedimiento que utilizamos con las columnas numéricas del material didáctico.

### Ábaco Japonés

En cada una de las columnas numéricas, el ábaco Japonés tiene cinco cuentas.

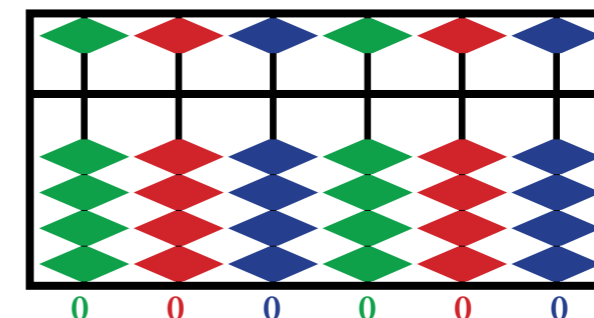


### Escribir números

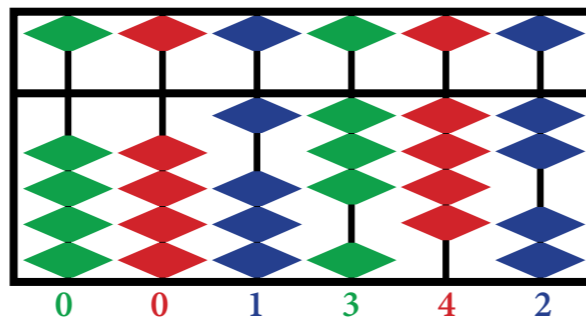
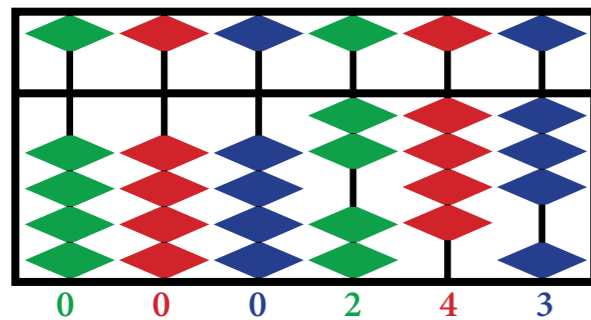
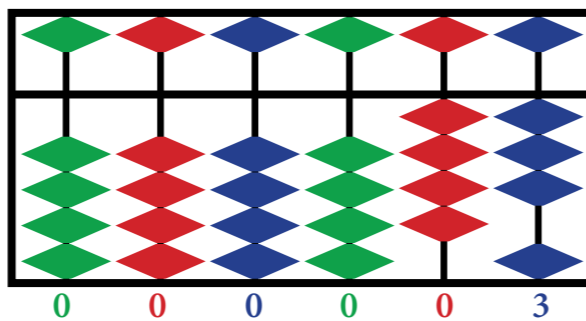
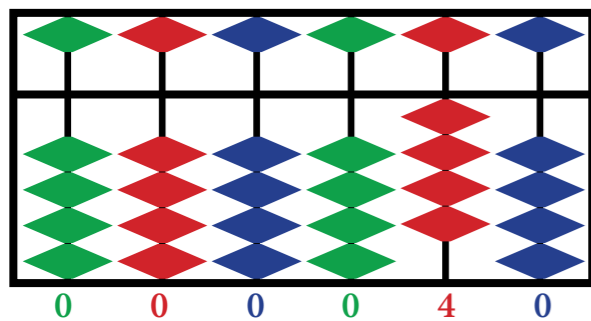
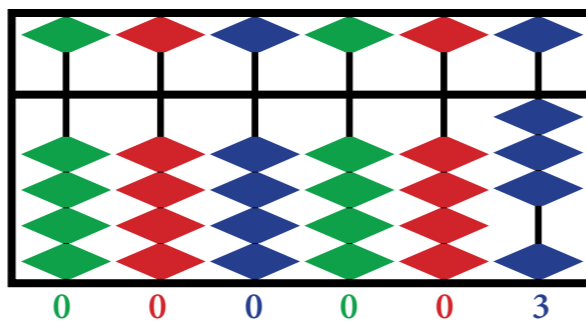
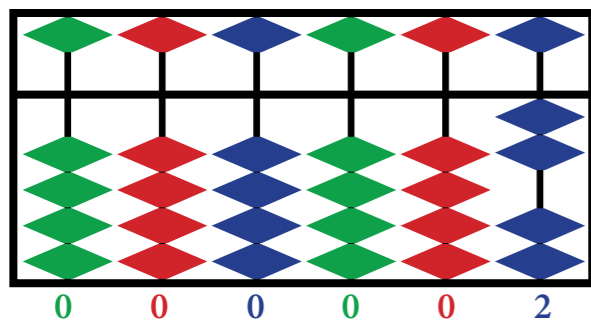
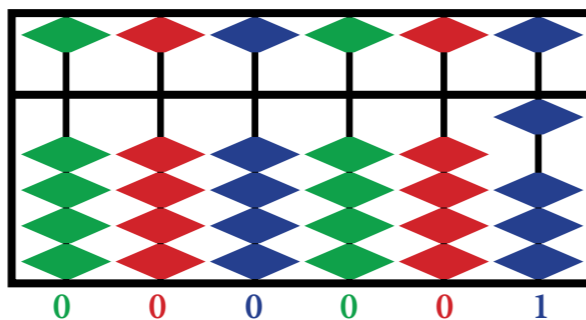
Usamos la palabra escribir números, porque en el ábaco los números los localizamos de la misma forma en la que los escribimos con papel y lápiz.

La posición de la columna determina el valor del dígito.

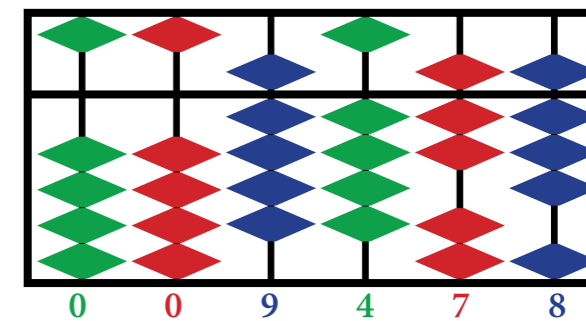
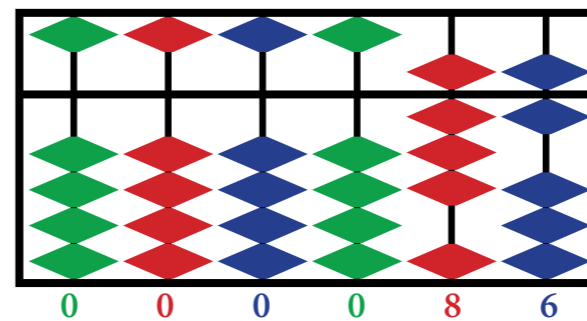
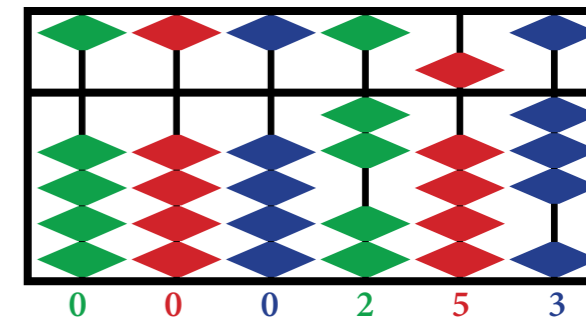
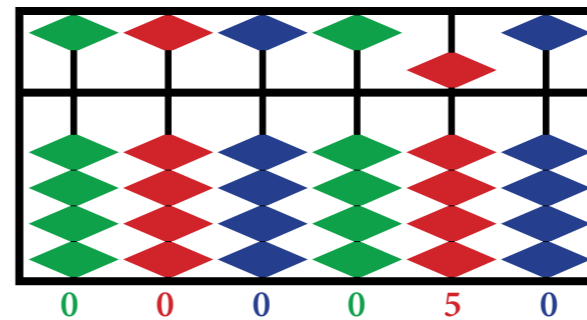
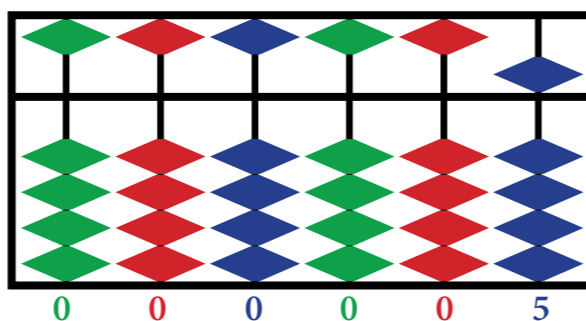
Para iniciar la escritura de los números, primero colocamos las cuentas superiores arriba y las inferiores abajo. Esto indica que la columna vale 0.



Cuando subimos una cuenta inferior, significa que la columna vale 1.

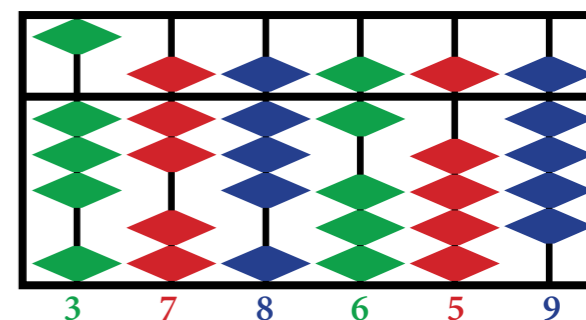
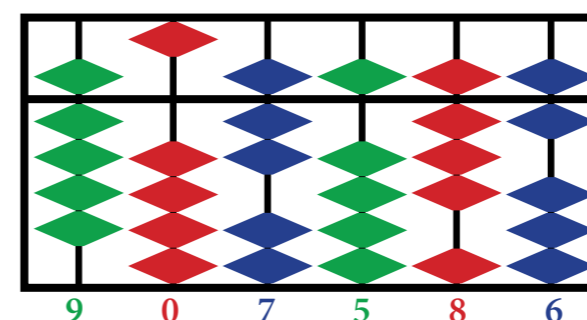
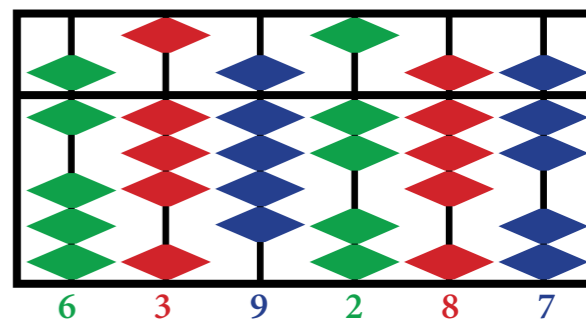
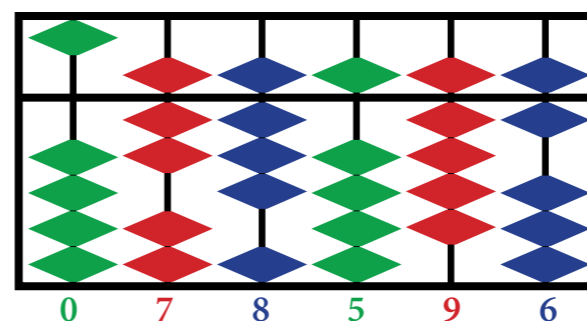
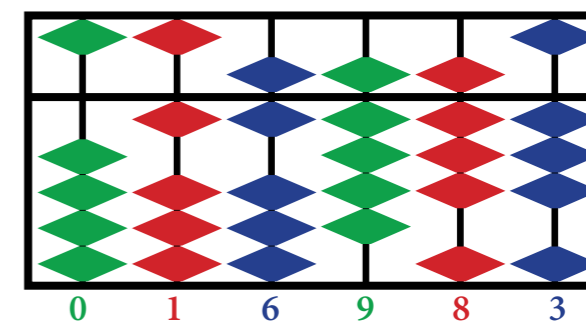
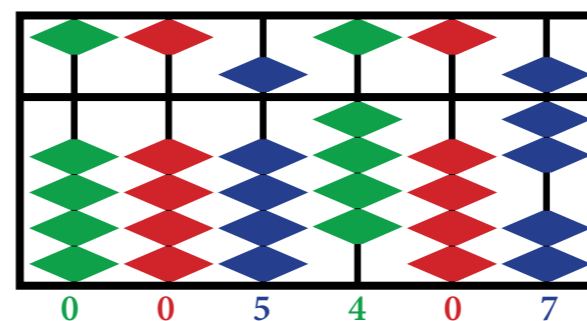


Cuando bajamos una cuenta superior, la columna vale 5.



### Ejemplo

Escribir las cantidades: 5,407; 16,983; 78,596; 639,287; 907,586; 378,659.



## Serie de ejercicios 1

Escribir en el ábaco las cantidades.

1	21	41	61	81	409	3,087	84,895	126,296
2	22	42	62	82	612	5,961	72,730	320,273
3	23	43	63	83	765	7,936	10,235	359,469
4	24	44	64	84	174	1,063	89,675	781,197
5	25	45	65	85	932	2,268	25,728	482,476
6	26	46	66	86	238	9,701	89,514	934,854
7	27	47	67	87	597	4,065	47,945	641,592
8	28	48	68	88	928	6,586	17,593	596,034
9	29	49	69	89	587	4,883	77,679	422,483
10	30	50	70	90	219	5,255	66,032	741,478
11	31	51	71	91	371	3,609	70,808	658,383
12	32	52	72	92	627	1,779	73,149	739,671
13	33	53	73	93	739	4,335	73,446	484,552
14	34	54	74	94	949	8,672	72,607	835,439
15	35	55	75	95	503	6,387	65,017	412,707
16	36	56	76	96	695	5,982	94,165	567,124
17	37	57	77	97	431	4,165	68,221	624,115
18	38	58	78	98	986	4,809	64,478	786,389
19	39	59	79	99	676	1,496	13,581	778,168
20	40	60	80	100	609	9,655	92,515	211,594

# Sumas y Restas

## Cuarto Nivel de Abstracción

### Sumas de primer nivel

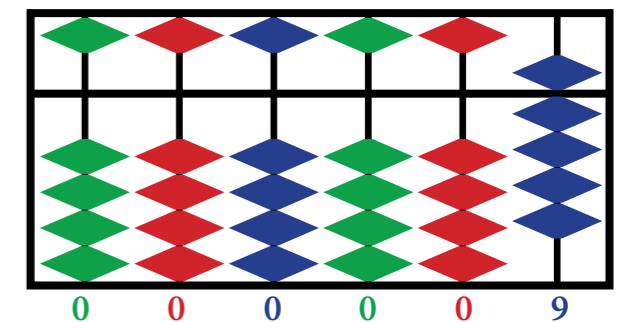
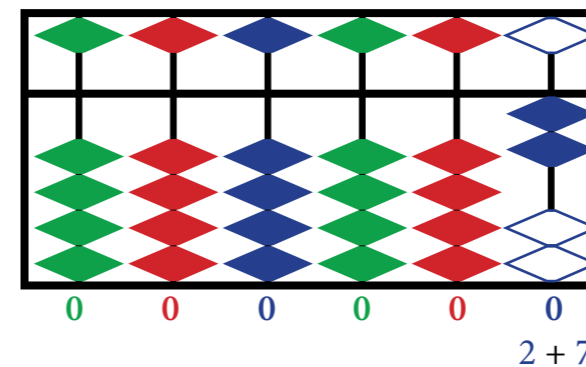
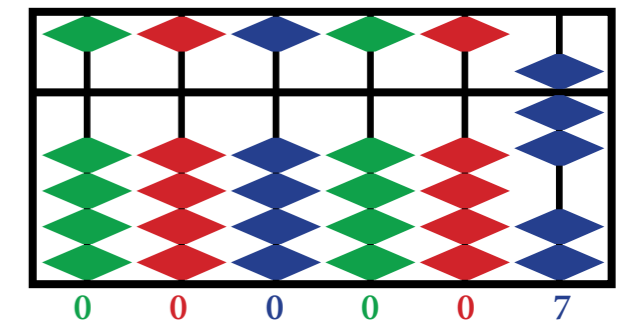
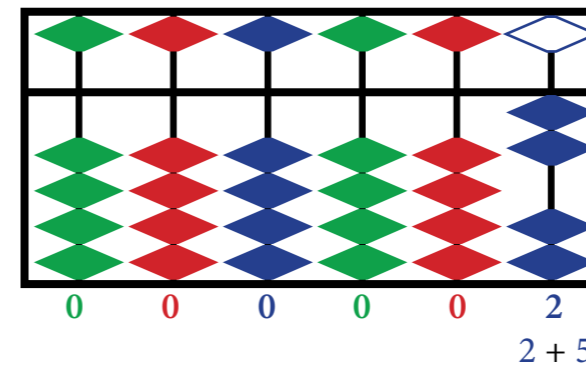
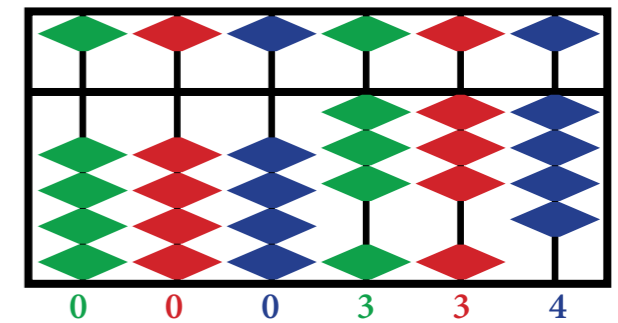
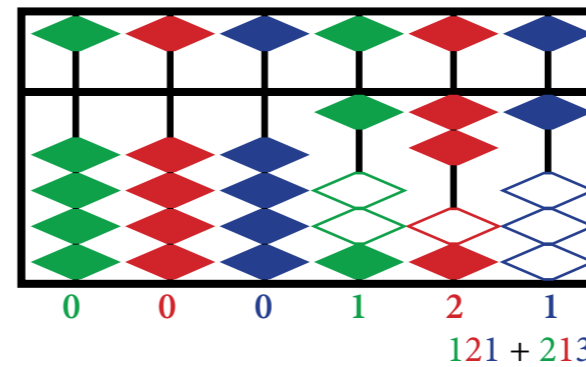
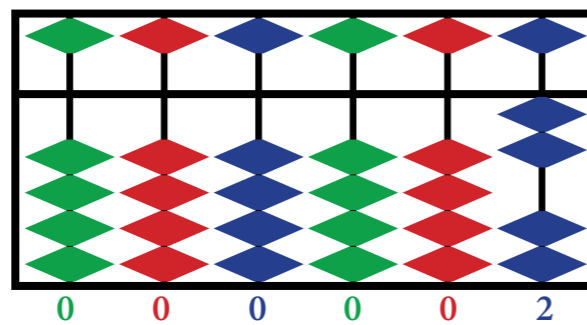
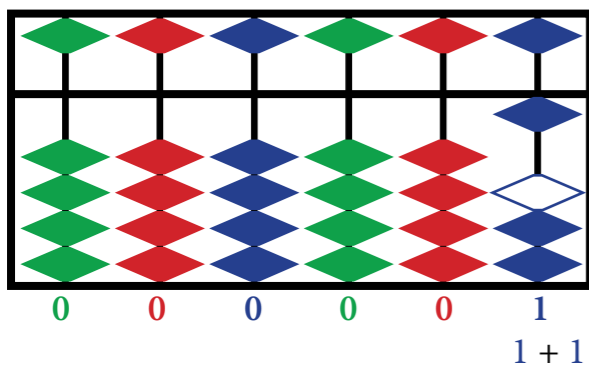
#### Sumas hasta nueve. Primer paso

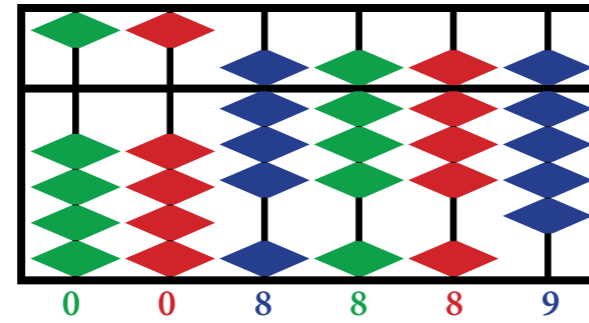
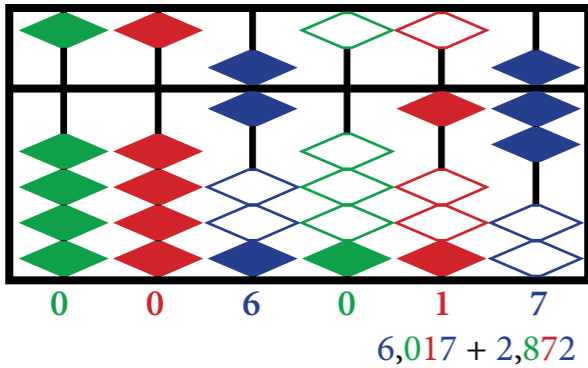
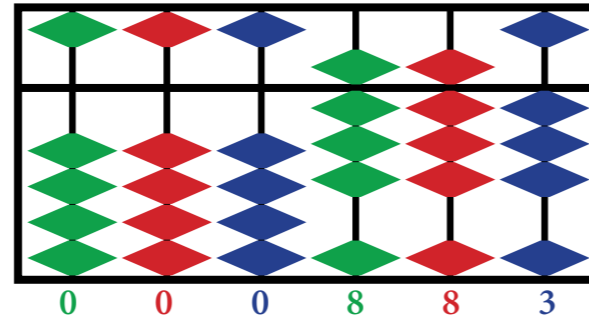
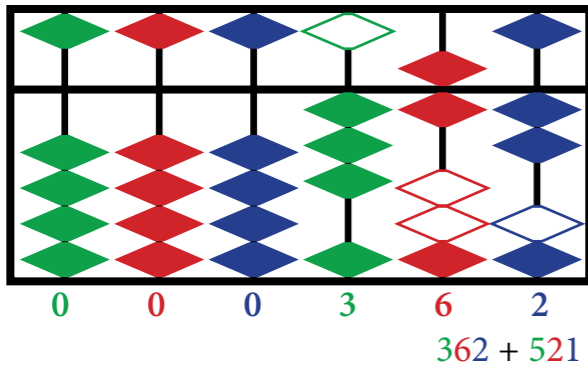
Cuando efectuamos sumas y restas con papel y lápiz, primero escribimos las cantidades y después sumamos o restamos de derecha a izquierda.

En el ábaco al mismo tiempo que vamos escribiendo las cantidades, vamos efectuando las sumas y restas de izquierda a derecha, en la misma dirección en la cual escribimos las cantidades.

En el primer nivel, sumas hasta 9, sumar es simplemente escribir el número que representa el sumando.

La suma más elemental es  $1 + 1$ . Escribimos en la columna de las unidades 1, y para sumar 1, nuevamente escribimos 1.





## Serie de ejercicios 2

Sumar en el ábaco las cantidades.

Cuando los números no tienen signo, significa que debemos sumarlos.

La respuesta está en el rectángulo.

1	1	2	2	5	5	5	5	6	6	6
2	3	1	2	1	2	3	4	1	2	3
3	4	3	4	6	7	8	9	7	8	9

7	7	11	12	34	27	33	41	92	21	26
1	2	62	71	55	62	66	57	6	15	21
8	9	73	83	89	89	99	98	98	36	47

75	66	55	24	111	261	213	418	567	712	721
12	21	42	75	658	613	575	521	211	175	067
87	87	97	99	769	874	788	939	778	887	788

754	452	211	733	582	217	564	234	522	581	265
035	526	628	061	306	760	325	765	327	306	723
789	978	839	794	888	977	889	999	849	887	988

275	366	255	824	111	261	1,213	3,418	4,567	3,712	6,721
712	521	542	175	658	613	6,575	5,521	5,211	6,175	2,067
987	887	797	999	769	874	7,788	8,939	9,778	9,887	8,788

2,754	3,452	1,211	6,733	2,582	3,217	2,564	1,234
7,035	6,526	6,628	1,061	2,306	6,760	3,325	6,765

9,789	9,978	7,839	7,794	4,888	9,977	5,889	7,999
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

2,522	2,581	2,265	3,768	5,760	5,325	2,665	2,436
6,327	7,306	6,723	1,001	3,217	4,554	7,232	6,562

8,849	9,887	8,988	4,769	8,977	9,879	9,897	8,998
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

12,754	63,452	21,211	69,733	22,582	43,217	32,564	71,234
67,035	26,526	76,628	10,061	72,306	56,760	53,325	6,765

79,789	89,978	97,839	79,794	94,888	99,977	85,889	77,999
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

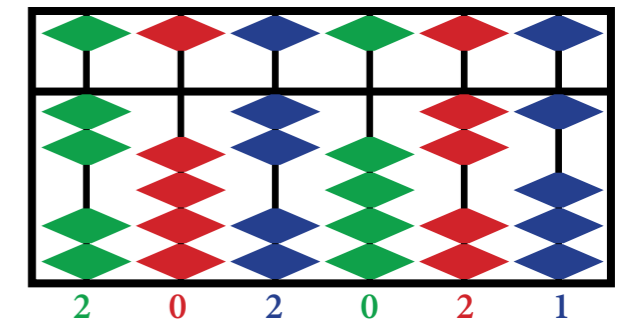
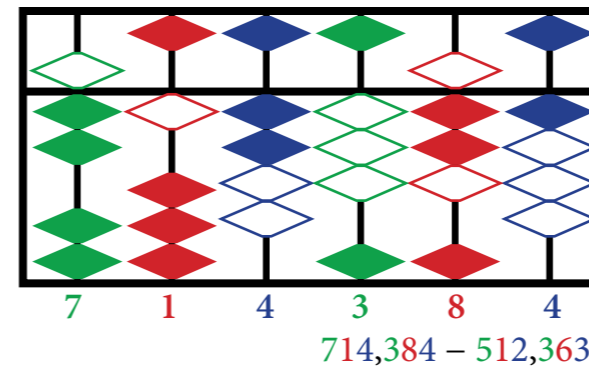
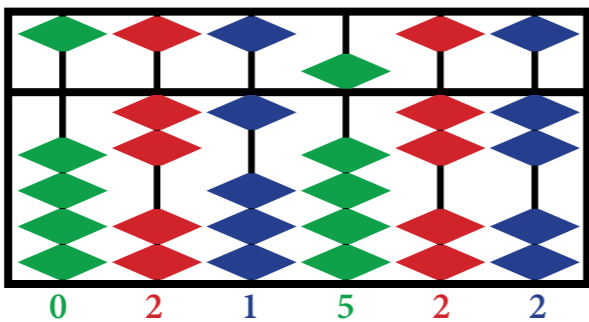
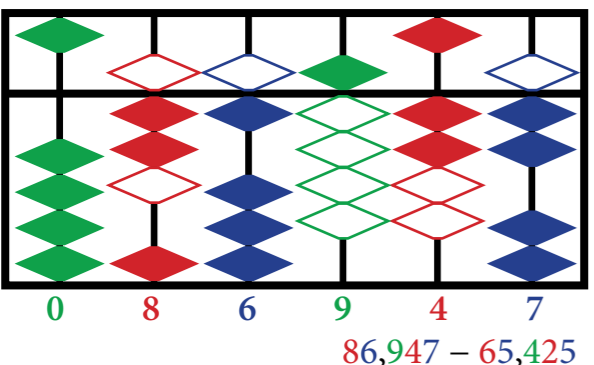
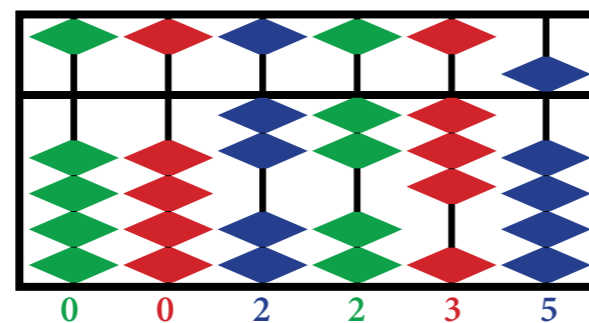
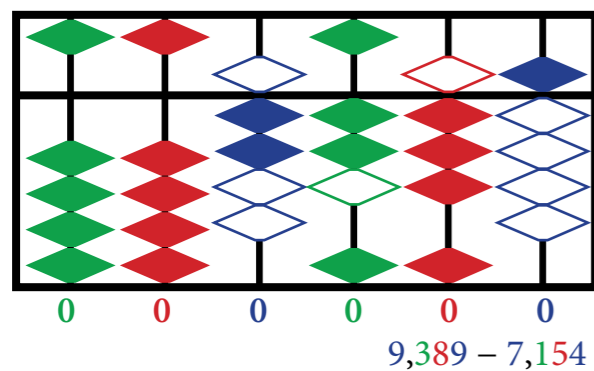
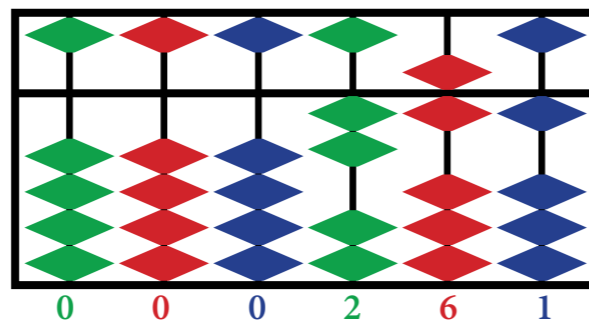
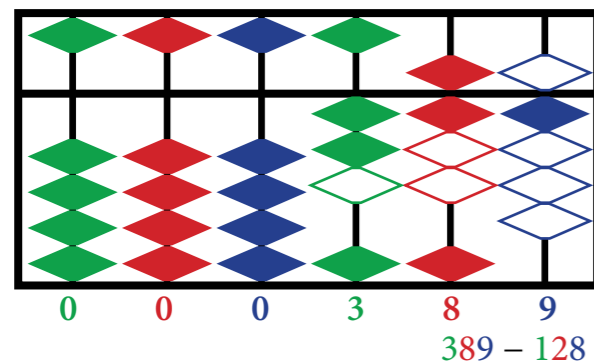
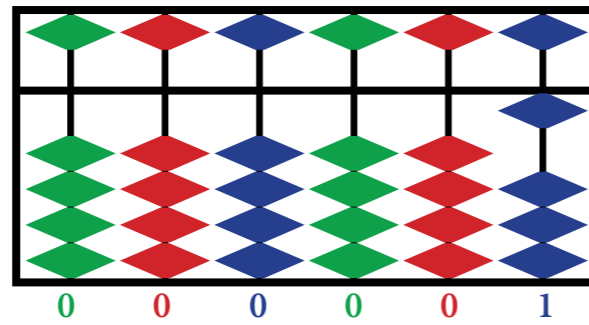
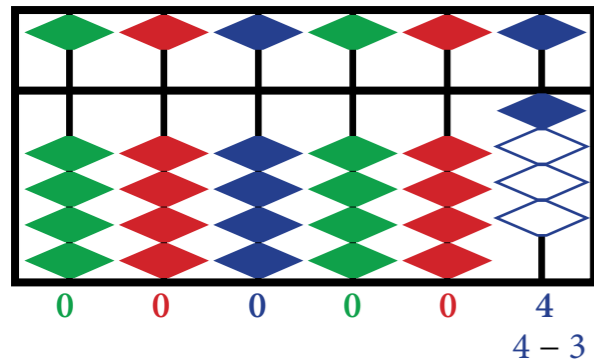
28,522	22,581	23,265	33,768	56,760	53,325	26,665	25,436
60,327	72,306	66,723	16,001	33,217	42,554	71,232	62,562

88,849	94,887	89,988	49,769	89,977	95,879	97,897	87,998
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

## Restas de primer nivel

### Restas hasta nueve. Primer paso

Restar es la operación inversa de la suma, por lo cual, al subir la cuenta superior, movimiento inverso de la suma, restamos 5 y al bajar una cuenta inferior, movimiento inverso de la suma, restamos 1.



### Serie de ejercicios 3

Restar en el ábaco las cantidades.

3	4	3	4	6	7	8	9	7	8	9
-2	-3	-1	-2	-1	-2	-3	-4	-1	-2	-3

1	1	2	2	5	5	5	5	6	6	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

8	9	73	83	89	99	98	98	98	36	47
-1	-2	-11	-12	-34	-27	-33	-41	-92	-21	-26

7	7	62	71	55	72	65	57	6	15	21
---	---	----	----	----	----	----	----	---	----	----

87	87	97	99	769	874	9,867	8,796	4,785	9,943	4,872
-75	-66	-55	-24	-658	-613	-7,513	-3,245	-3,165	-2,312	-2,251

12	21	42	75	111	261	2,354	5,551	1,620	7,631	2,621
----	----	----	----	-----	-----	-------	-------	-------	-------	-------

8,939	9,889	9,778	4,887	7,788	9,789	8,978	7,839
-6,575	-1,655	-5,211	-1,175	-2,067	-6,573	-2,526	-6,628

2,364	8,234	4,567	3,712	5,721	3,216	6,452	1,211
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

9,794	4,888	9,977	3,788	7,543	8,989	7,889	8,398
-3,062	-2,306	-6,760	-2,517	-2,021	-6,573	-6,526	-7,268

6,732	2,582	3,217	1,271	5,522	2,416	1,363	1,130
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

88,939	39,889	9,778	94,887	78,788	79,789	89,978	97,839
-6,575	-21,655	-5,211	-60,175	-20,067	-26,573	-26,526	-76,628

82,364	18,234	4,567	34,712	58,721	53,216	63,452	21,211
--------	--------	-------	--------	--------	--------	--------	--------

79,794	94,888	99,977	94,788	87,543	89,989	97,889	89,398
-10,062	-72,306	-56,760	-60,517	-62,021	-62,573	-26,526	-76,268

69,732	22,582	43,217	34,271	25,522	27,416	71,363	13,130
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------



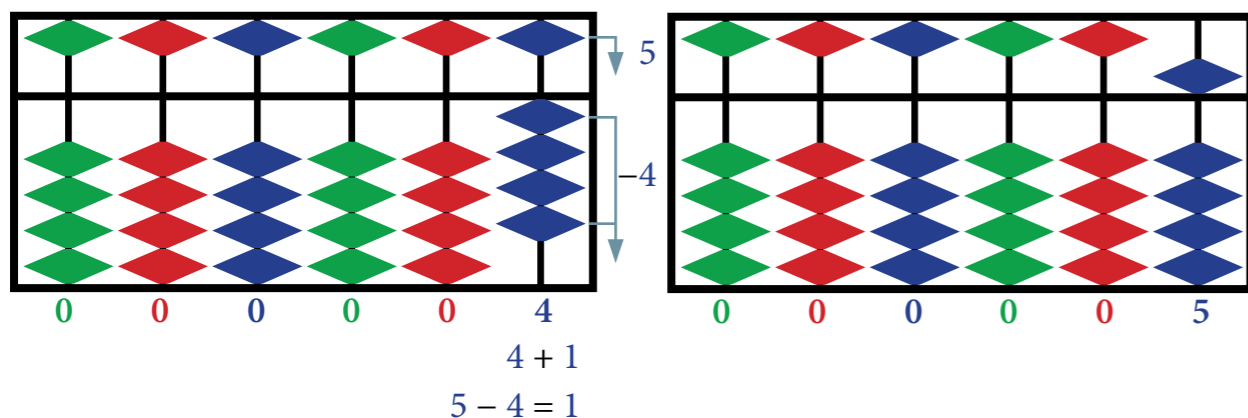
## Sumas de segundo nivel

### Sumas hasta nueve. Segundo paso

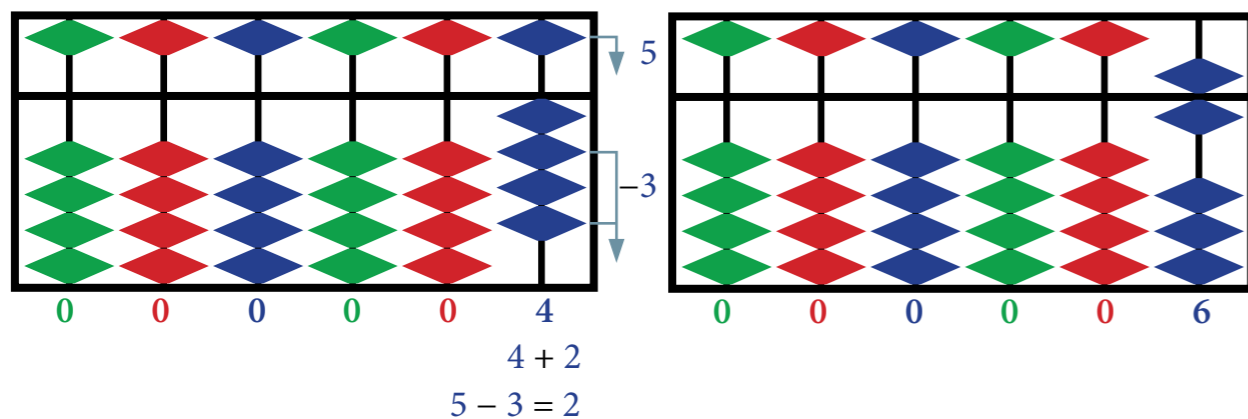
En el primer paso de las sumas y las restas, siempre hemos tenido cuentas disponibles para realizar la operación.

La operación más sencilla en la cual no nos alcanzan las cuentas, es aquella en la cual en la columna numérica tenemos 4 y queremos sumar 1.

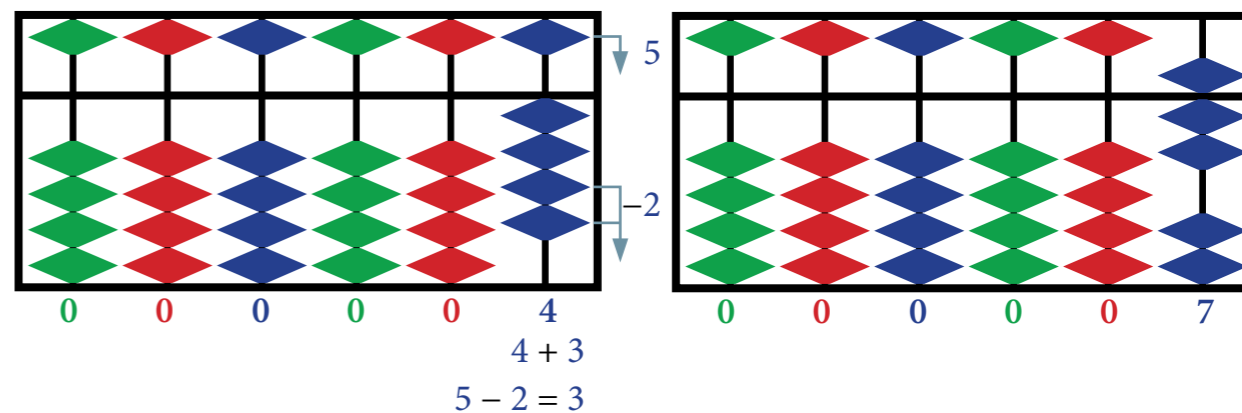
En la columna solamente tenemos disponible 5, la cuenta superior, por lo cual, sumamos 5 y restamos 4, ya que:  $1 = 5 - 4$ .



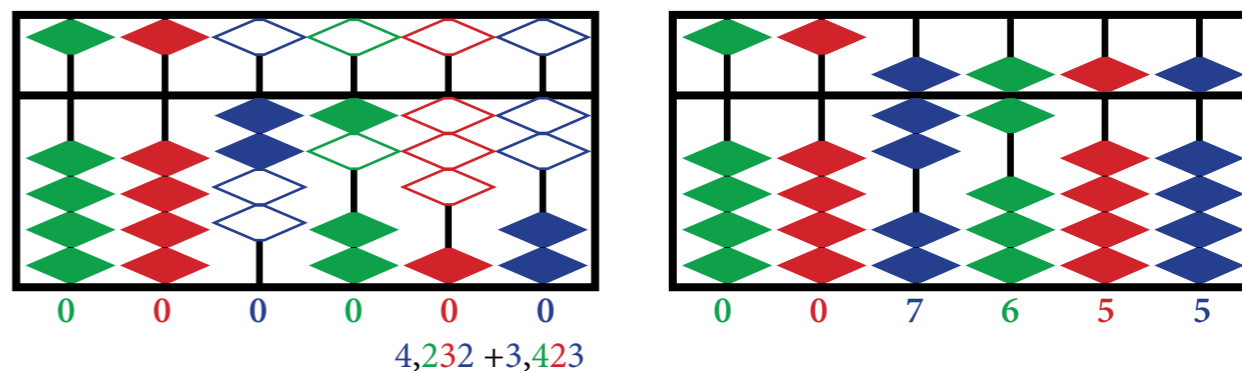
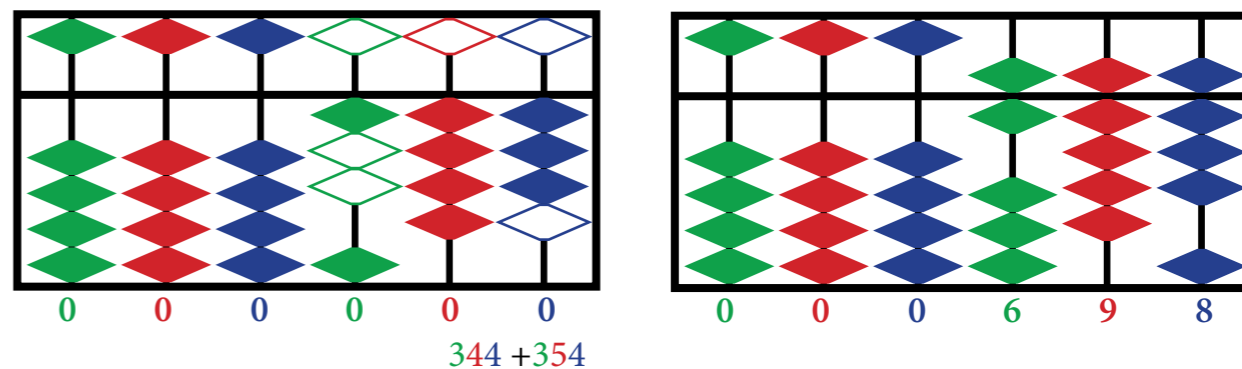
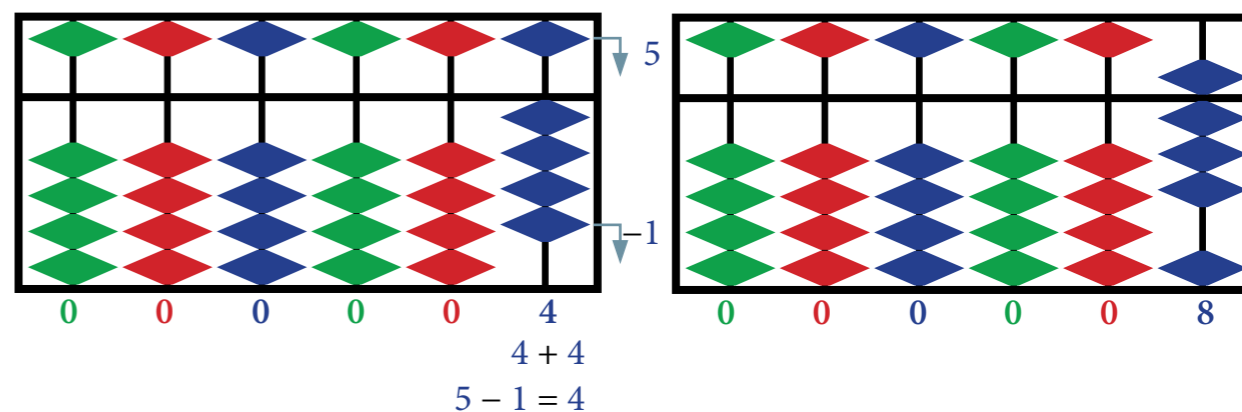
En la columna numérica tenemos 4 y queremos sumar 2. Sumamos 5 y restamos 3, ya que:  $2 = 5 - 3$ .



En la columna numérica tenemos 4 y queremos sumar 3. Sumamos 5 y restamos 2, ya que:  $3 = 5 - 2$ .



En la columna numérica tenemos 4 y queremos sumar 4. Sumamos 5 y restamos 1, ya que:  $4 = 5 - 1$ .



## Serie de ejercicios 4

Sumar en el ábaco las cantidades.

4	4	4	4	3	3	2	2	2	3	2
1	2	3	4	2	3	3	4	6	5	7
5	6	7	8	5	6	5	6	8	8	9

34,342	42,342	24,243	44,343	33,324	41,342	22,434	34,143
45,234	34,424	43,243	32,424	43,243	34,334	43,323	32,432

79,576	76,766	67,486	76,767	76,567	75,676	65,757	66,575
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

14,324	44,312	34,241	34,443	24,433	34,412	34,242	43,341
43,342	12,343	34,434	42,324	43,432	33,244	23,433	32,324

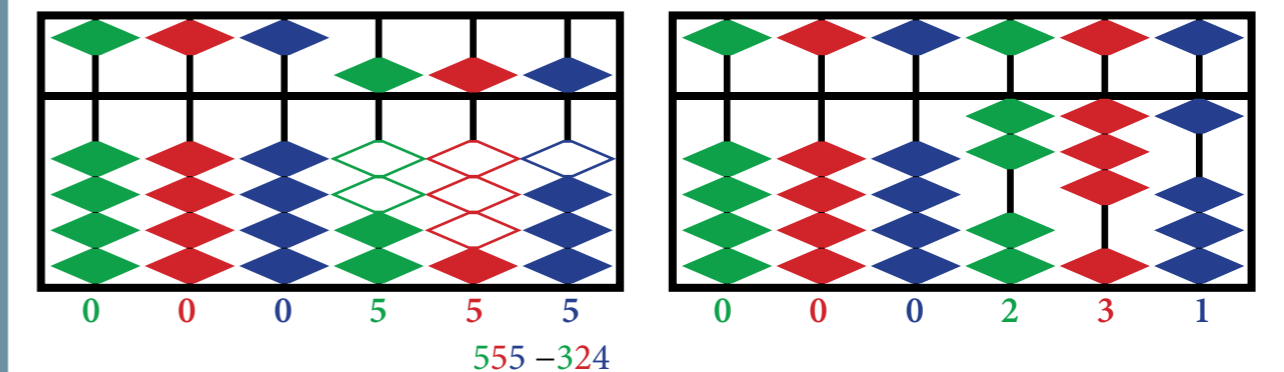
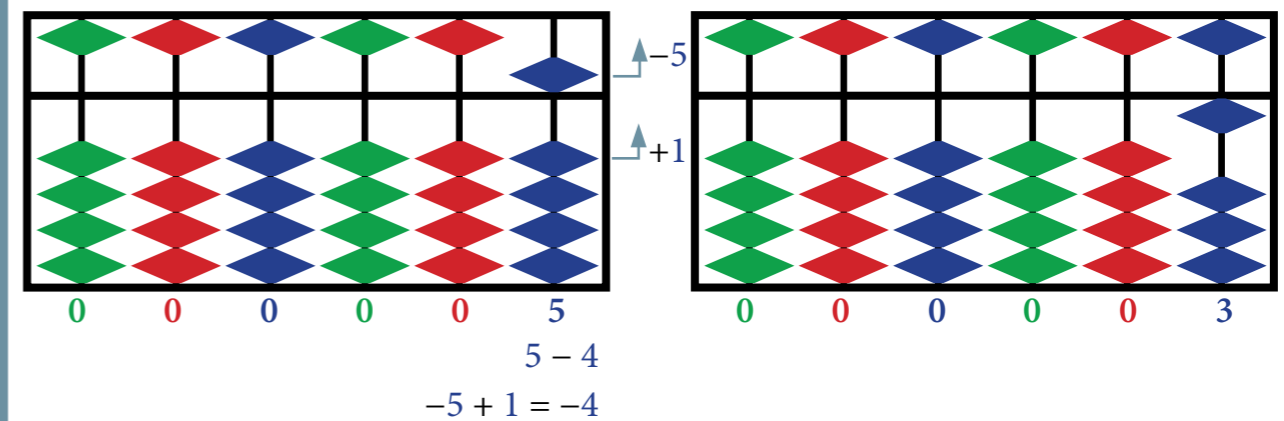
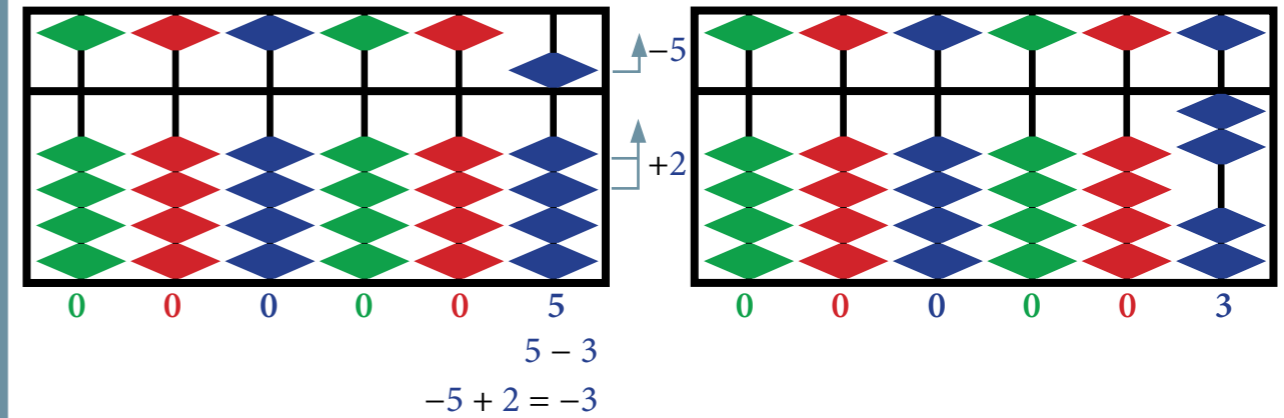
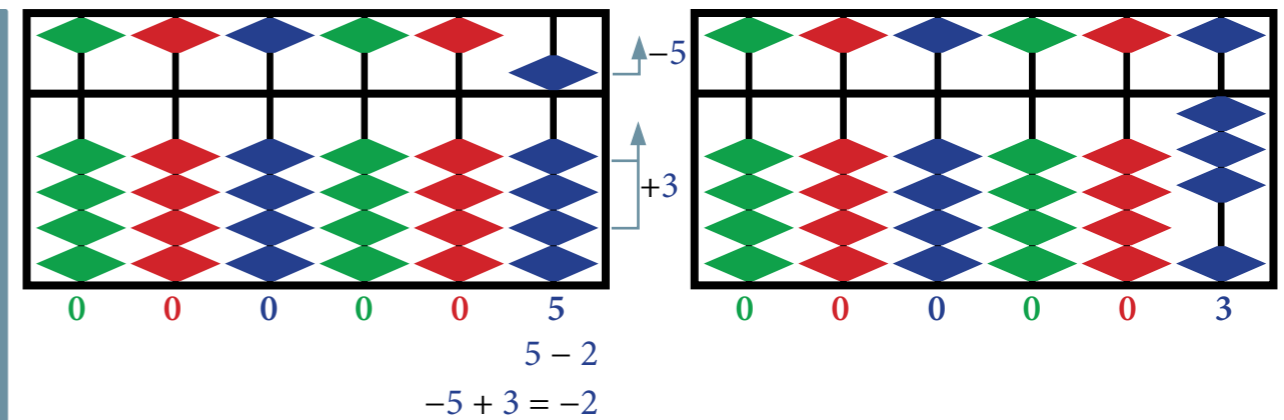
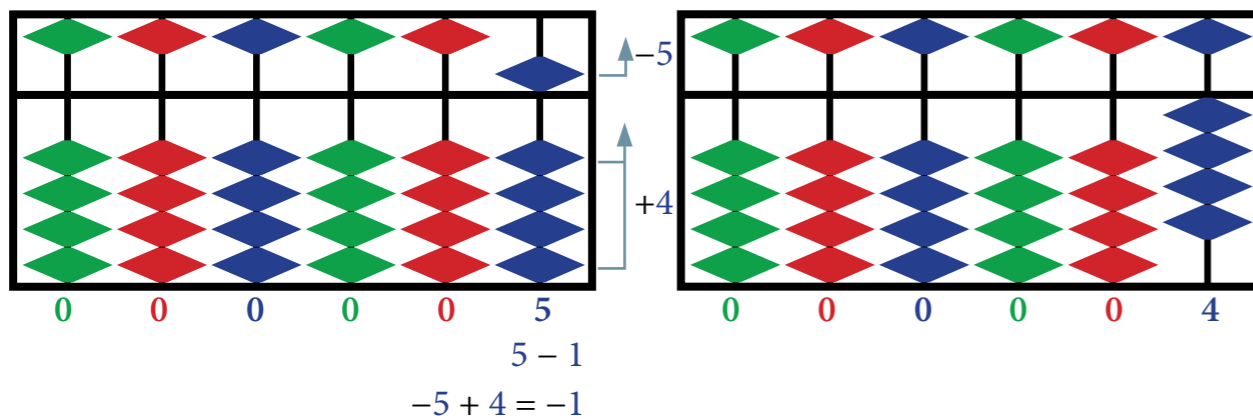
57,666	56,655	68,675	76,767	67,865	67,656	57,676	75,665
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

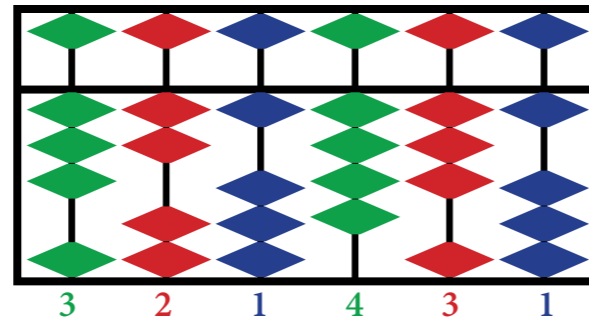
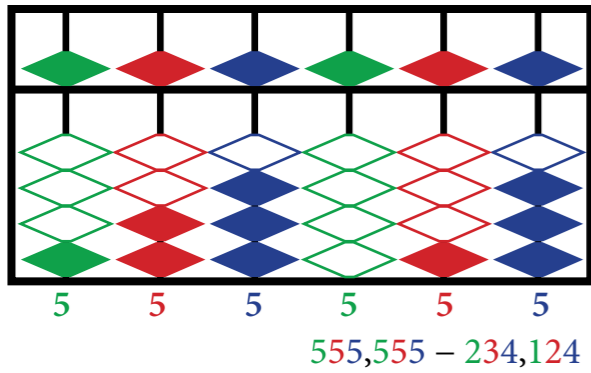
## Restas de segundo nivel

### Restas hasta nueve. Segundo paso

Si en una columna numérica tenemos 5 y queremos restar 1, debemos restar 5 y sumar 4, ya que:  $-5 + 4 = -1$ .

Si en una columna numérica tenemos 5 y le queremos restar 2, 3 o 4, lo hacemos de la siguiente forma:  $-5 + 3 = -2$ ;  $-5 + 2 = -3$ ;  $-5 + 1 = -4$ .





### Serie de ejercicios 5

Sumar en el ábaco las cantidades.

55,555	55,555	55,555	55,555	55,555	55,555	55,555	55,555
-12,341	-43,124	-22,314	-31,224	-24,312	-43,123	-32,143	-33,441
43,214	12,431	33,241	24,331	31,243	12,432	23,412	22,114

### Sumas de tercer nivel

#### Sumas hasta 18

Al igual que lo hacemos al sumar o restar con papel y lápiz, en el ábaco no tenemos que preocuparnos si nos encontramos en la columna de las unidades, de las decenas o de las centenas, o en cualquier otra columna, ya que todas las columnas numéricas se comportan de la misma manera.

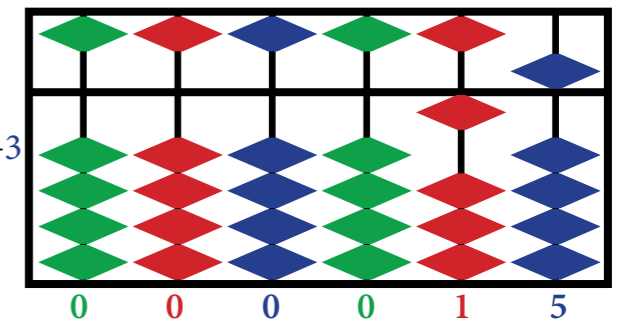
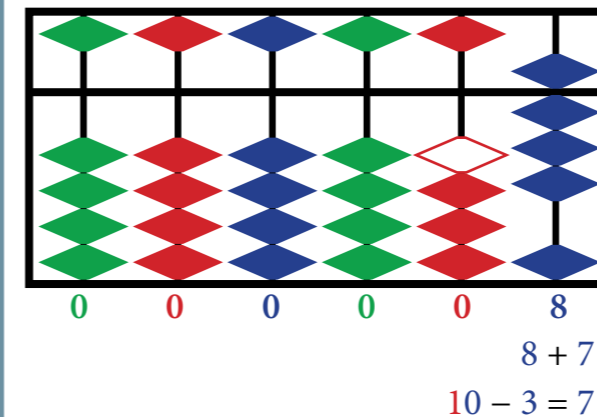
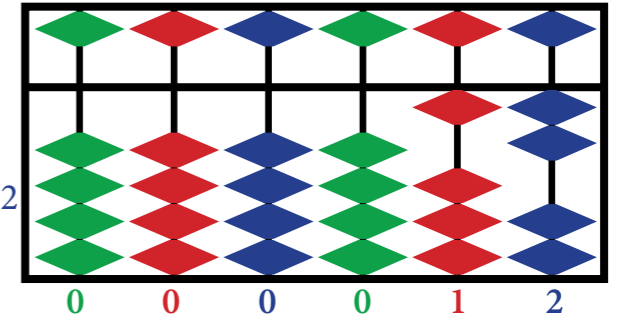
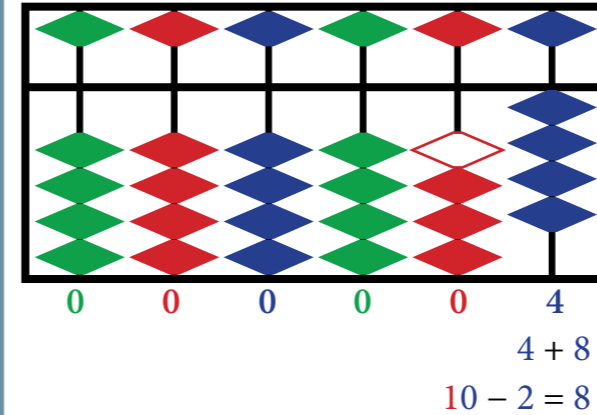
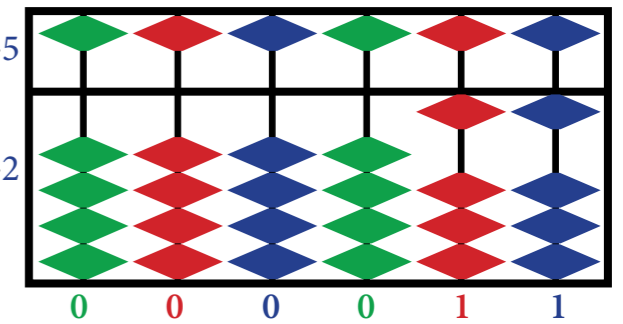
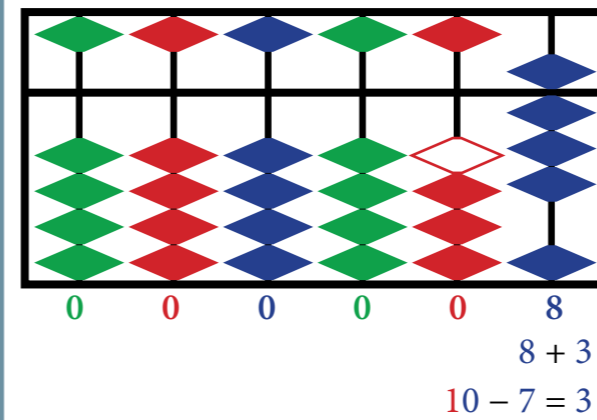
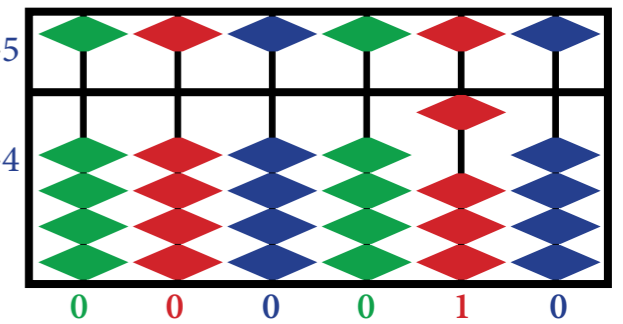
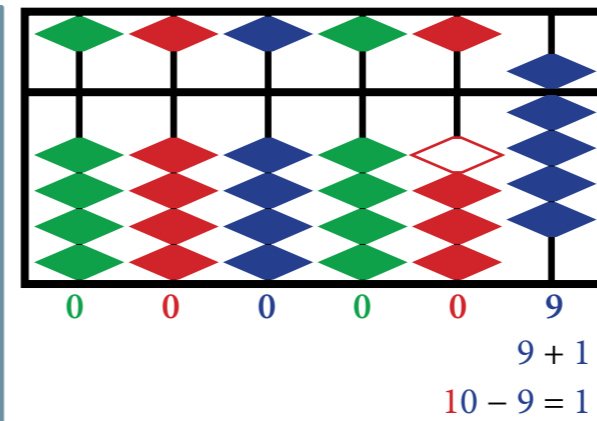
Al sumar 300, sumamos 3 en columna de las centenas.

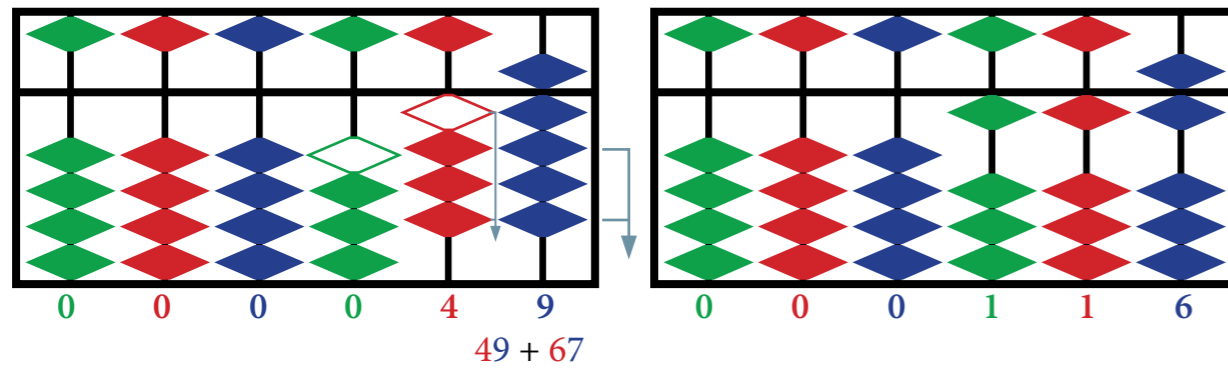
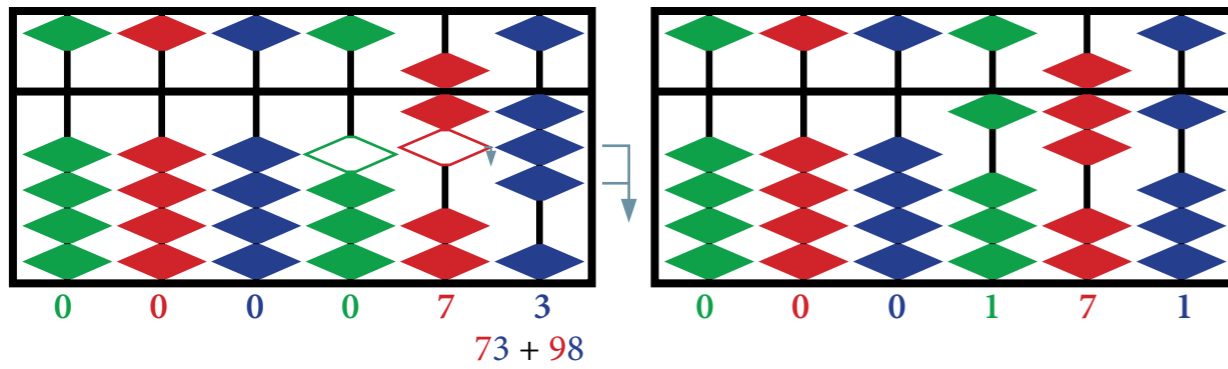
Haciendo esta consideración, de ahora en adelante, en este manual, al decir sumamos 10, nos referimos a sumar 1 en la columna inmediatamente a la izquierda de la columna en la cual nos encontramos.

Cuando queremos realizar una suma, y dentro de la columna en la que efectuamos la operación no nos alcanzan las cuentas, sumamos 10 en la columna de la izquierda y restamos lo necesario.

Por ejemplo, si tenemos 9 y queremos sumar 1, entonces sumamos 10 (1 en la columna de la izquierda), y restamos 9, ya que:  $1 = 10 - 9$ .

Si tenemos 8 y sumamos 3, sumamos 10 (1 en la columna de la izquierda), y restamos 7 ya que:  $3 = 10 - 7$ .

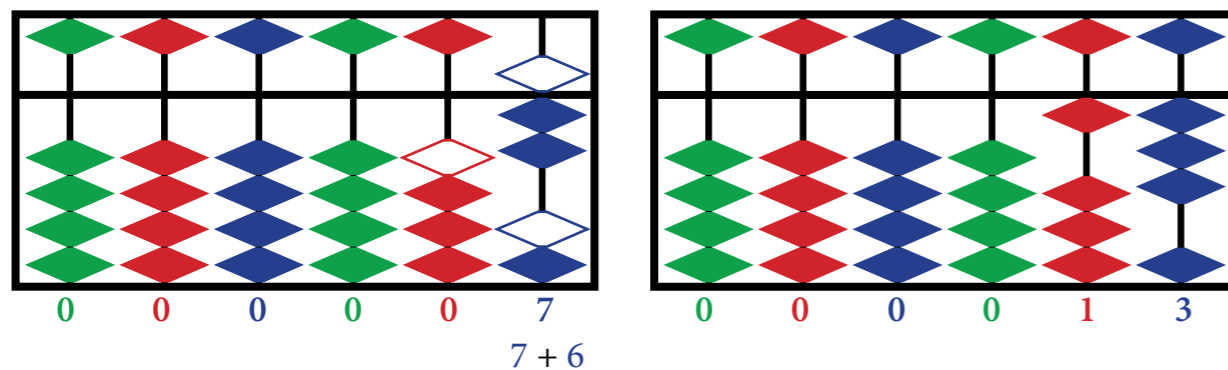




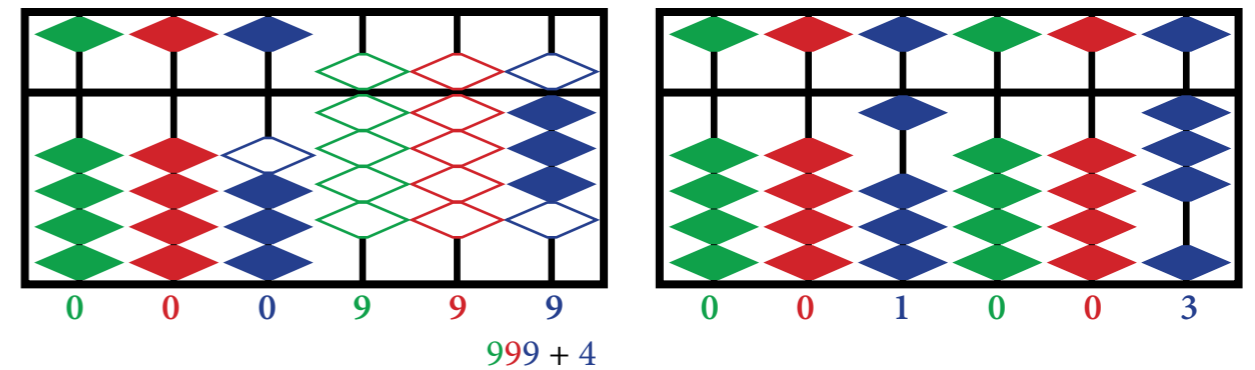
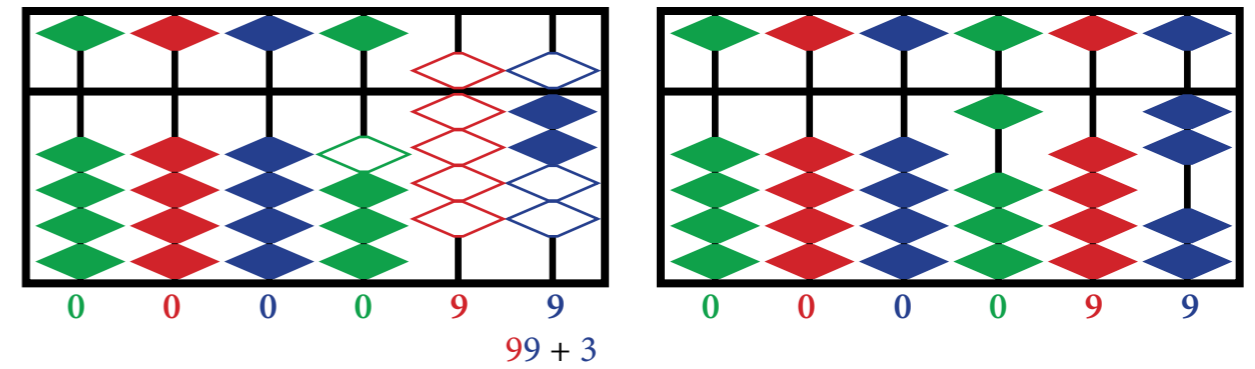
En los ejemplos anteriores, una vez terminada la suma en la columna de las decenas, efectuamos la suma en la columna de las unidades.

En algunas ocasiones, tenemos que combinar las sumas del segundo paso con las sumas del tercer paso.

Por ejemplo, si queremos sumar  $7 + 6$ , escribimos primero el 7 y para sumarle 6, debemos sumar 10 y restar 4. Para restar 4, necesitamos restar 5 y sumar 1.



En algunos casos, para poder sumar en la columna de las unidades, necesitamos primero sumar 10 (sumar 1 en la columna de las decenas), pero la columna de las decenas no tiene cuentas disponibles, entonces debemos sumar 10 (sumar 1 en la columna de las centenas) y restar 9 en la columna de las decenas.



### Serie de ejercicios 6

Sumar en el ábaco las cantidades.

1	4	7	6	5	8	9	3	4	6	8
9	7	7	9	6	8	2	7	8	6	3
10	11	14	15	11	16	11	10	12	12	11

3	9	8	5	2	9	8	6	8	2	5
9	9	6	7	8	3	6	7	5	8	9
12	18	14	12	10	12	14	13	13	10	14

7	8	7	4	9	9	7	6	4	8	5
8	9	8	7	9	7	3	4	9	4	5
15	17	15	11	18	16	10	10	13	12	10

1	3	6	9	6	3	2	8	1	7	5
2	4	7	8	5	2	4	6	3	9	3
3	5	8	7	4	1	6	4	5	7	1
6	12	21	24	15	6	12	18	9	23	9

5	3	1	7	3	6	9	2	2	7	6
3	8	7	1	8	9	9	2	8	3	1
8	6	9	4	6	2	6	6	9	6	7
16	17	17	12	17	17	24	10	19	16	14
4	8	5	1	3	5	3	8	3	2	2
8	2	7	9	5	2	3	8	9	9	3
4	9	5	9	5	3	4	7	4	8	6
16	19	17	19	13	10	10	23	16	19	11
78	69	59	69	48	10	71	99	96	74	55
22	47	84	42	11	79	11	35	47	91	81
100	116	143	111	59	89	82	134	143	165	136
75	76	67	88	20	32	21	49	39	86	83
30	62	29	17	52	18	94	96	53	83	99
105	138	96	105	72	50	115	145	92	169	182
26	43	18	80	51	24	99	18	23	37	50
32	45	62	56	48	23	45	96	39	63	76
58	88	80	136	99	47	144	114	62	100	126
63	93	93	45	67	20	42	56	29	76	45
53	39	22	23	64	15	59	50	37	36	87
116	132	115	68	131	35	101	106	66	112	132
421	922	120	564	332	743	940	632	659	930	298
171	735	202	148	502	647	397	465	808	545	354
592	1657	322	712	834	1,390	1,337	1,097	1,467	1,475	652
435	158	471	805	642	177	992	790	373	427	941
141	743	884	266	581	703	166	643	631	718	896
576	901	1,355	1,071	1,223	880	1,158	1,433	1,004	1,145	1,837
776	592	115	169	991	868	106	391	924	175	996
852	367	597	912	149	617	558	553	534	483	952
1,628	959	712	1,081	1,140	1,485	664	944	1,458	658	1,948

892	786	913	494	938	268	938	897	933	841	413
127	445	168	425	608	684	574	666	433	882	657
1,019	1,231	1,081	919	1,546	9,52	1,512	1,563	1,366	1,723	1,070
53	25	25	73	75	89	54	83	81	31	94
81	28	74	39	65	58	28	16	74	18	21
96	53	59	54	63	83	43	53	53	78	46
230	106	158	166	203	230	125	152	208	127	161
28	40	28	18	24	88	55	73	74	79	58
90	87	74	77	15	48	51	76	63	51	53
92	21	62	21	46	66	86	39	54	36	48
210	148	164	116	85	202	192	188	191	166	159
17	55	62	64	24	74	44	36	67	64	99
52	38	98	48	55	20	38	45	65	46	38
98	66	36	86	15	28	63	51	12	98	46
167	159	196	198	94	122	145	132	144	208	183
89	98	14	31	35	86	71	25	69	64	15
66	67	85	86	51	90	52	32	62	30	67
66	98	91	87	11	86	24	94	96	18	78
221	263	190	204	97	262	147	151	227	112	160
536	390	408	942	426	713	927	773	955	702	657
537	591	573	966	849	968	227	477	981	338	446
269	875	354	608	803	681	502	313	967	541	133
1,342	1,856	1,335	2,516	2,078	2,362	1,656	1,563	2,903	1,581	1,236
943	448	149	692	931	196	591	239	547	607	833
296	741	744	318	309	533	359	769	262	479	531
811	600	271	922	365	155	754	401	191	606	465
2,050	1,789	1,164	1,932	1,605	884	1,704	1,409	1,000	1,692	1,829
627	587	471	478	650	415	231	945	482	837	904
674	922	902	740	243	478	180	689	949	971	783
596	913	405	285	188	198	837	364	237	345	848
1,897	2,422	1,778	1,503	1,081	1,091	1,248	1,998	1,668	2,153	2,535

5,096	2,324	3,195	8,720	2,065	2,591	7,671	3,670	9,085
7,686	7,831	6,897	2,730	5,046	5,318	1,374	7,154	8,941
12,782	10,155	10,092	11,450	7,111	7,909	9,045	10,824	18,026
7,113	4,830	9,193	4,603	6,932	5,674	6,772	6,239	7,109
3,165	6,343	3,867	3,894	4,833	9,116	4,270	4,374	7,491
10,278	11,173	13,060	8,497	11,765	14,790	11,042	10,613	14,600
2,963	9,681	7,925	5,186	4,539	3,571	6,692	9,510	5,890
2,870	2,383	9,592	5,121	6,206	8,442	6,646	4,773	1,431
5,833	12,064	17,517	10,307	10,745	12,013	13,338	14,283	7,321
7,826	9,682	7,311	9,965	8,579	3,610	6,238	9,474	9,482
3,091	1,900	2,428	2,124	8,030	1,787	7,642	5,261	6,989
1,470	9,425	3,720	6,785	1,728	7,839	4,410	3,436	8,846
12,387	21,007	13,459	18,874	18,337	13,236	18,290	18,171	25,317
2,981	2,966	1,834	8,623	4,737	1,478	5,411	7,051	6,033
9,378	3,438	2,590	8,154	1,131	9,419	7,290	5,561	4,463
1,242	4,799	9,384	6,889	6,782	4,532	5,532	3,439	8,689
13,601	11,203	13,808	23,666	12,650	15,429	18,233	16,051	19,185
15,733	19,786	56,603	87,153	62,479	88,508	93,795	35,955	42,628
85,593	54,832	64,187	55,289	43,889	42,084	11,001	45,933	23,063
101,326	74,618	120,790	142,442	106,368	130,592	104,796	81,888	65,691
40,202	18,711	46,225	74,225	16,234	53,906	49,019	26,904	41,884
66,067	92,784	41,073	86,898	90,578	36,000	26,165	47,521	42,635
106,269	111,495	87,298	161,123	106,812	89,906	75,184	74,425	84,519
52,862	76,060	76,632	20,679	88,657	83,065	33,613	23,101	16,832
92,290	77,484	41,560	24,985	43,766	15,378	59,547	52,602	89,798
54,708	44,331	14,689	24,312	30,577	25,932	22,813	23,962	89,010
199,860	197,875	132,881	69,976	163,000	124,375	115,973	99,665	195,640
29,583	46,058	16,029	48,187	66,013	59,589	95,465	75,503	65,226
77,399	39,014	40,074	54,290	48,338	25,601	10,326	72,629	69,181
97,735	53,937	61,639	49,443	98,217	95,735	13,766	48,066	63,451
204,717	139,009	117,742	151,920	212,568	180,925	119,557	196,198	197,858

## Serie de ejercicios 7

Sumar en el ábaco las cantidades.

En el primer renglón de respuestas, aparece la respuesta de la suma de cada una de las columnas. En el segundo renglón de respuestas, se encuentra la suma acumulada de la columna más las columnas anteriores.

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91	101
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92	102
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93	103
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94	104
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96	106
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97	107
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98	108
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	109
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
55	155	255	355	455	555	655	755	855	955	1055
210	465	820	1,275	1,830	2,485	3,240	4,095	5,050	6,105	
111	121	131	141	151	161	171	181	191	201	211
112	122	132	142	152	162	172	182	192	202	212
113	123	133	143	153	163	173	183	193	203	213
114	124	134	144	154	164	174	184	194	204	214
115	125	135	145	155	165	175	185	195	205	215
116	126	136	146	156	166	176	186	196	206	216
117	127	137	147	157	167	177	187	197	207	217
118	128	138	148	158	168	178	188	198	208	218
119	129	139	149	159	169	179	189	199	209	219
120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220
1,155	1,255	1,355	1,455	1,555	1,655	1,755	1,855	1,955	2,055	2,155
2,410	3,765	5,220	6,775	8,430	10,185	12,040	13,995	16,050	18,205	

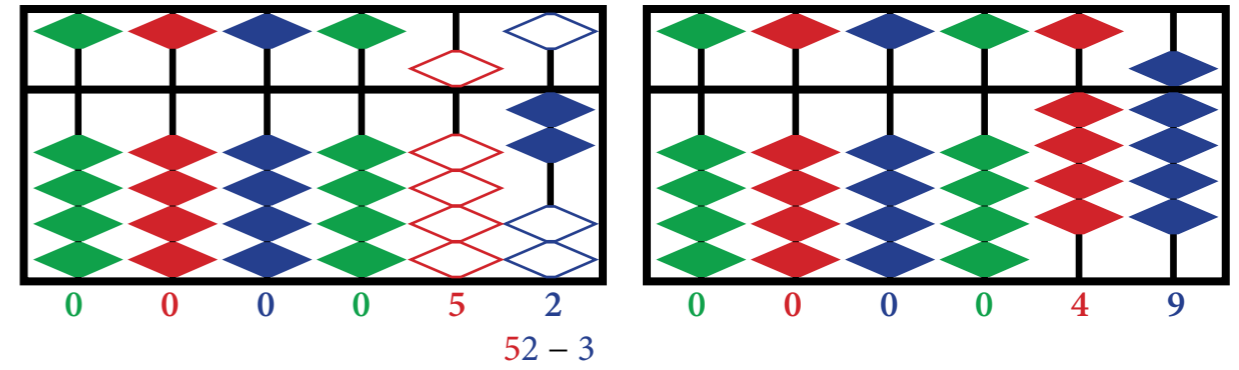
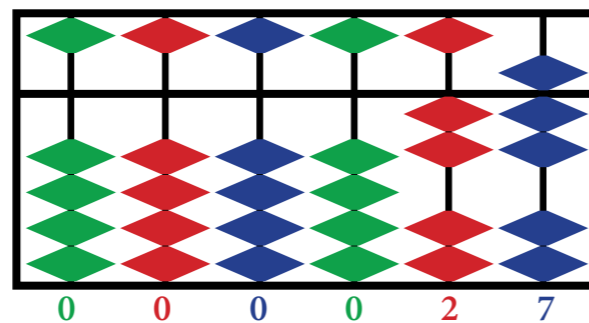
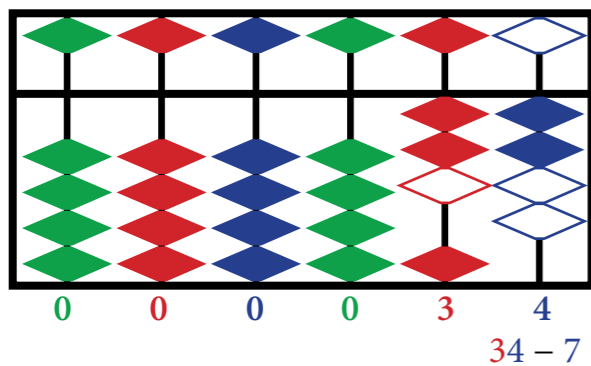
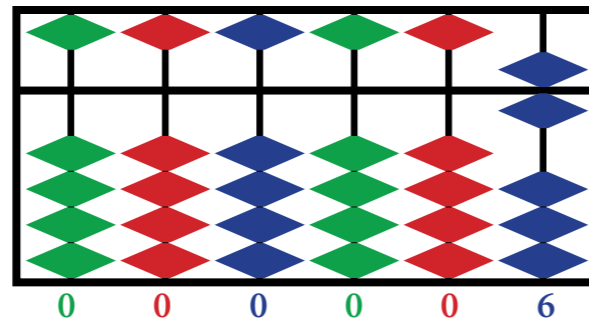
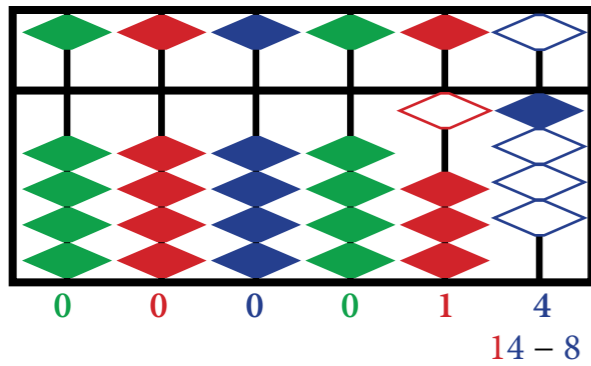
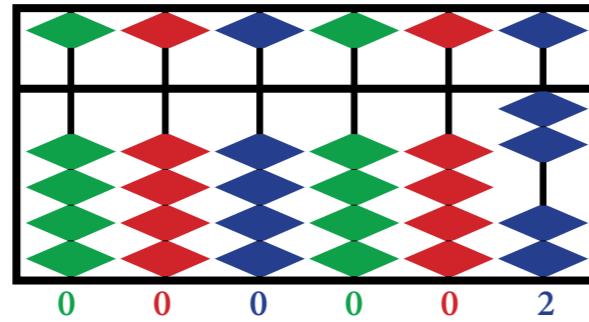
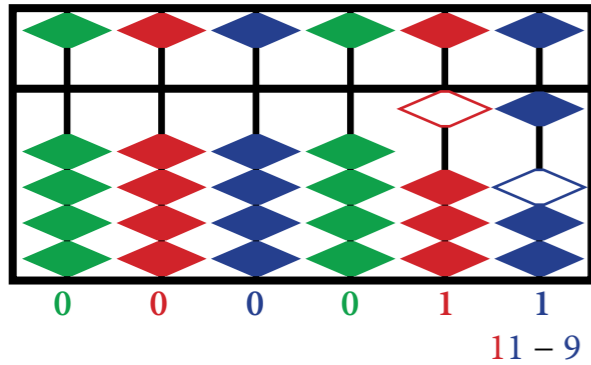
## Restas de tercer nivel

### Restas hasta 18

La resta es la operación inversa de la suma. Al realizar una resta en una columna numérica en la cual no hay suficientes cuentas, restamos 10 de la columna que se encuentra a la izquierda, y sumamos la cantidad necesaria en la columna en la cual efectuamos la resta.

Por ejemplo, si tenemos 11 y queremos restar 9.

En la columna de las unidades únicamente tenemos 1 cuenta, por lo tanto, restamos 10 y sumamos 1, ya que:  $1 = 10 - 9$ .



### Serie de ejercicios 8

Restar en el ábaco las cantidades.

10	14	17	11	13	18	12	15	16	11	14
-8	-7	-9	-2	-5	-9	-4	-6	-7	-3	-5
2	7	8	9	8	9	8	9	9	8	9

23	70	13	68	82	86	85	64	50	64	46
-7	-4	-7	-9	-5	-7	-8	-9	-5	-6	-8
16	66	6	59	77	79	77	55	45	58	38

92	76	93	96	80	45	94	86	82	93	62
-71	-41	-25	-89	-31	-27	-18	-49	-58	-37	-38
21	35	68	7	49	18	76	37	24	56	24

32	79	68	50	53	75	41	56	33	26	61
-17	-63	-33	-23	-37	-27	-36	-48	-17	-19	-26
15	16	35	27	16	48	5	8	16	7	35

90	71	52	81	80	73	40	44	89	35	93
-56	-59	-44	-62	-39	-30	-37	-38	-56	-31	-29
34	12	8	19	41	43	3	6	33	4	64

54	95	46	97	80	94	72	99	60	61	92
-27	-74	-18	-29	-59	-18	-55	-68	-53	-44	-15
27	21	28	68	21	76	17	31	7	17	77

472	833	976	990	804	332	727	260	968	933	503
-137	-736	-607	-408	-278	-194	-679	-246	-333	-839	-105
335	97	369	582	526	138	48	14	635	94	398

804	460	945	422	843	714	804	963	721	886	918
-129	-244	-736	-182	-550	-667	-195	-318	-368	-835	-719
675	216	209	240	293	47	609	645	353	51	199

270	991	852	545	722	813	899	573	666	974	951
-244	-273	-475	-288	-275	-282	-254	-487	-448	-672	-635
26	718	377	257	447	531	645	86	218	302	316

984	660	527	211	456	740	825	812	399	394	983
-581	-390	-285	-188	-292	-406	-171	-516	-195	-138	-672
403	270	242	23	164	334	654	296	204	256	311

9,301	9,408	3,364	9,728	8,682	5,770	6,162	7,708	8,962		
-2,472	-3,216	-2,913	-9,596	-3,152	-4,745	-1,643	-6,666	-2,077		
6,829	6,192	451	132	5,530	1,025	4,519	1,042	6,885		

88,229	91,094	62,937	84,532	83,091	90,393	97,571	94,386			
-15,455	-77,524	-27,635	-31,333	-76,731	-88,668	-59,747	-66,955			
72,774	13,570	35,302	53,199	6,360	1,725	37,824	27,431			

27	37	95	31	90	22	60	35	29	93	77
40	53	77	79	-31	35	30	75	64	-73	-17
-12	18	94	-70	46	67	-33	-66	-34	97	56
91	-86	-96	98	-59	-12	14	91	86	-28	55
-41	90	-85	60	98	-19	-42	-93	-49	-36	-85
-22	-21	97	-46	-71	-62	69	-27	-65	38	-32
83	91	182	152	73	31	98	15	31	91	54

52	55	75	72	87	66	79	52	69	71	14
74	95	93	17	-74	88	69	89	-45	56	99
-42	-78	-76	-26	84	-38	-25	-16	39	-28	98
68	79	63	21	-17	50	50	85	-56	-29	-35
-19	-29	-79	-29	-18	-85	-91	-99	94	53	-32
-38	-33	-27	-34	-39	-74	-63	-72	-54	-58	-98
95	89	49	21	23	7	19	39	47	65	46

963	564	110	663	303	159	771	899	620	886	558
114	-110	983	705	936	732	282	333	909	530	953
-362	762	950	-149	558	-48	-384	-339	-470	-229	-222
789	697	-449	-108	-819	693	834	-539	322	506	842
-778	-713	-255	335	963	-618	-59	212	-325	-414	333
-246	-63	-824	-338	-959	-704	-978	-818	-755	-288	-357
480	1,137	515	1,108	982	214	466	-252	301	991	2,107

470	783	683	375	988	714	839	893	924	679	439
771	921	756	222	466	879	892	354	578	-389	-262
-554	-27	-245	-218	-555	-29	-38	-789	-833	880	465
-48	838	-292	741	575	846	287	651	873	-57	591
-29	-943	-44	-767	-66	-707	-537	-632	-585	-73	-642
225	-795	-293	-201	-223	-735	-64	-279	-56	312	-456
835	777	565	152	1,185	968	1,379	198	901	1,352	135

4,358	5,362	9,093	2,845	7,172	7,680	7,657	8,007			
5,954	7,323	9,591	8,053	9,835	4,942	6,098	3,726			
9,827	-3,127	-4,795	3,548	-1,265	-4,833	-3,920	7,239			
-5,753	8,943	-3,962	-2,174	8,816	9,863	4,982	-2,485			
-5,471	-9,937	8,758	-3,418	-5,170	-5,214	-2,622	-7,011			
-607	-7,368	-773	-3,527	-9,115	-3,244	-7,843	-7,585			
8,308	1,196	17,912	5,327	10,273	9,194	4,352	1,891			

790	52,573	1,354	41,369	57,151	78,441	81,966	81,804			
26,686	65,374	87,537	59,199	99,978	81,073	35,736	-72,445			
-2,370	-74,980	-24,667	-62,235	-89,042	-3,808	-29,865	71,150			
-4,241	-39,558	12,994	-10,718	79,725	-55,683	83,231	39,840			
-39,642	91,253	-27,527	99,509	-56,896	84,781	-54,956	-11,452			
80,294	-60,388	-40,294	-5,739	-63,823	-72,555	-60,415	-90,224			
61,517	34,274	9,397	121,385	27,093	112,249	55,697	18,673			



## Serie de ejercicios 9

Restar en el ábaco las cantidades.

Al primer número que está en la columna debemos restar todos los números de la columna para obtener cero. En el renglón de respuestas, se encuentra el número al que debemos restar todos los números que están en esa columna y las columnas a la derecha hasta llegar 1, para que la respuesta sea cero.

18,205 16,050 13,995 12,040 10,185 8,430 6,775 5,220 3,765 2,410

2,155	2,055	1,955	1,855	1,755	1,655	1,555	1,455	1,355	1,255	1,155
-220	-210	-200	-190	-180	-170	-160	-150	-140	-130	-120
-219	-209	-199	-189	-179	-169	-159	-149	-139	-129	-119
-218	-208	-198	-188	-178	-168	-158	-148	-138	-128	-118
-217	-207	-197	-187	-177	-167	-157	-147	-137	-127	-117
-216	-206	-196	-186	-176	-166	-156	-146	-136	-126	-116
-215	-205	-195	-185	-175	-165	-155	-145	-135	-125	-115
-214	-204	-194	-184	-174	-164	-154	-144	-134	-124	-114
-213	-203	-193	-183	-173	-163	-153	-143	-133	-123	-113
-212	-202	-192	-182	-172	-162	-152	-142	-132	-122	-112
-211	-201	-191	-181	-171	-161	-151	-141	-131	-121	-111

6,105 5,050 4,095 3,240 2,485 1,830 1,275 820 465 210

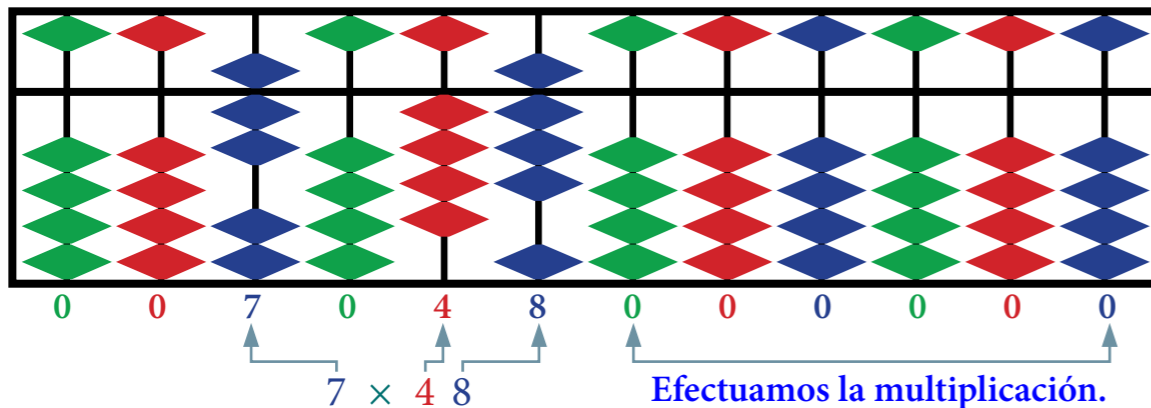
1055	955	855	755	655	555	455	355	255	155	55
-110	-100	-90	-80	-70	-60	-50	-40	-30	-20	-10
-109	-99	-89	-79	-69	-59	-49	-39	-29	-19	-9
-108	-98	-88	-78	-68	-58	-48	-38	-28	-18	-8
-107	-97	-87	-77	-67	-57	-47	-37	-27	-17	-7
-106	-96	-86	-76	-66	-56	-46	-36	-26	-16	-6
-105	-95	-85	-75	-65	-55	-45	-35	-25	-15	-5
-104	-94	-84	-74	-64	-54	-44	-34	-24	-14	-4
-103	-93	-83	-73	-63	-53	-43	-33	-23	-13	-3
-102	-92	-82	-72	-62	-52	-42	-32	-22	-12	-2
-101	-91	-81	-71	-61	-51	-41	-31	-21	-11	-1

# Multiplicación

## Cuarto Nivel de Abstracción

### Introducción

Para efectuar multiplicaciones utilizando el ábaco, requerimos de un ábaco con al menos doce columnas numéricas, ya que en la parte izquierda del ábaco escribimos el multiplicador y el multiplicando, y en la parte derecha efectuamos la multiplicación.



Podríamos también efectuar la multiplicación utilizando un ábaco con menos columnas numéricas, si escribimos en una hoja de papel el multiplicador y el multiplicando.

Recomendamos escribir el multiplicador y multiplicando en la parte izquierda del ábaco, ya que de esta forma concentramos toda nuestra atención en el ábaco; y resulta más sencillo seguir el orden de las columna numéricas.

### El multiplicador tiene una cifra y el multiplicando dos cifras

Para multiplicar en el ábaco seguimos exactamente el mismo procedimiento que utilizamos al hacerlo con papel y lápiz.

Al igual que lo hicimos al desarrollar el algoritmo de la multiplicación, localizamos la columna en la cual efectuamos la multiplicación.

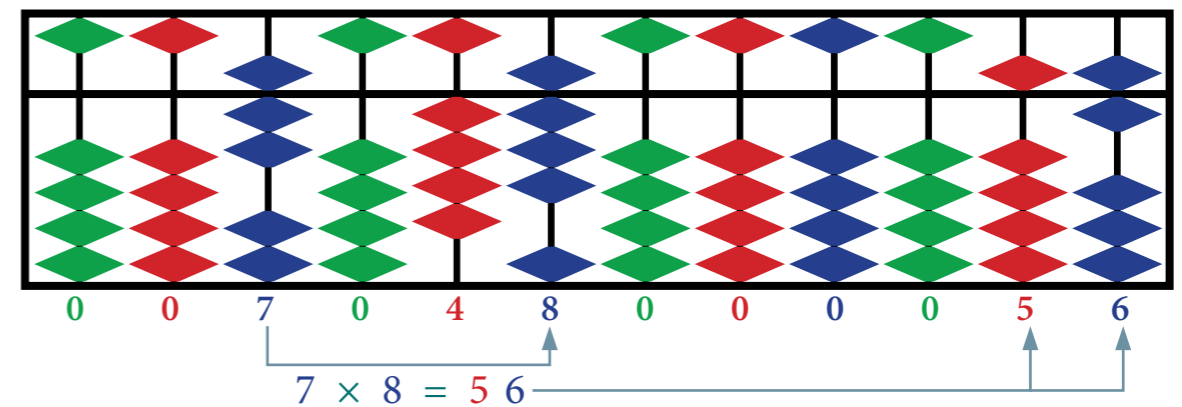
El ábaco nos permite realizar las sumas al mismo tiempo que hacemos la multiplicación.

### Ejemplo

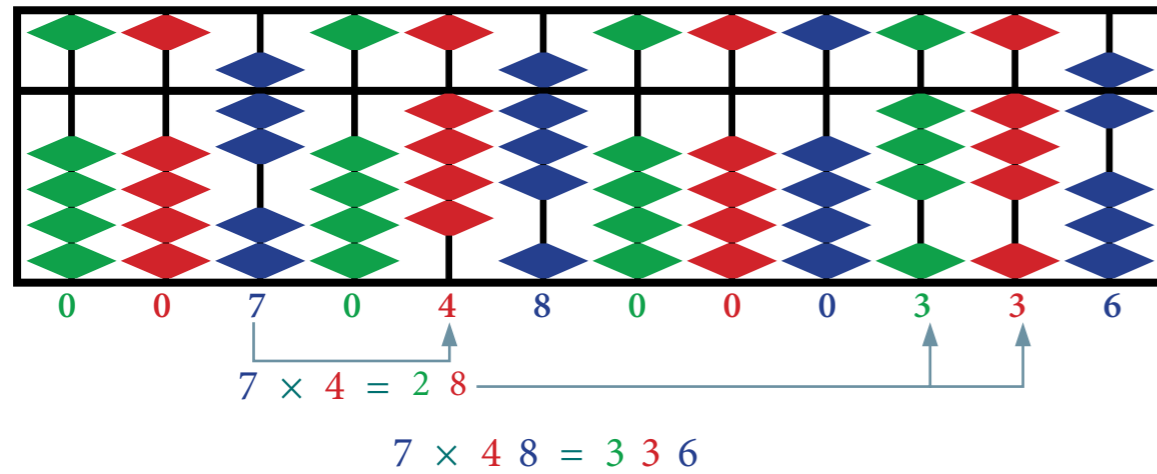
$$7 \times 48$$

Escribimos en la parte izquierda del ábaco, el multiplicador y el multiplicando.

Multiplicamos en la columna de las unidades:  $7 \times 8$ .



Multiplicamos en la columna de las decenas:  $7 \times 4$ .



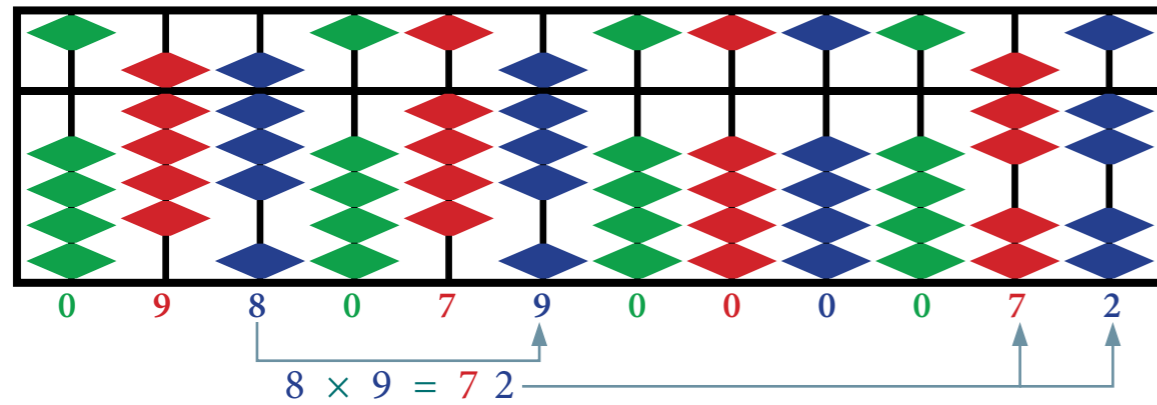
### El multiplicador tiene dos cifras y el multiplicando dos cifras

#### Ejemplo

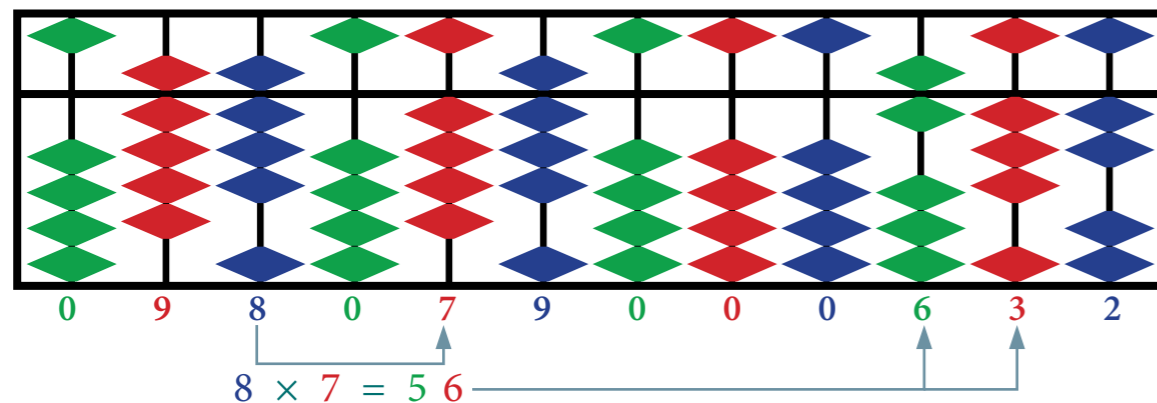
$$98 \times 79$$

Escribimos en la parte izquierda del ábaco, el multiplicador y el multiplicando.

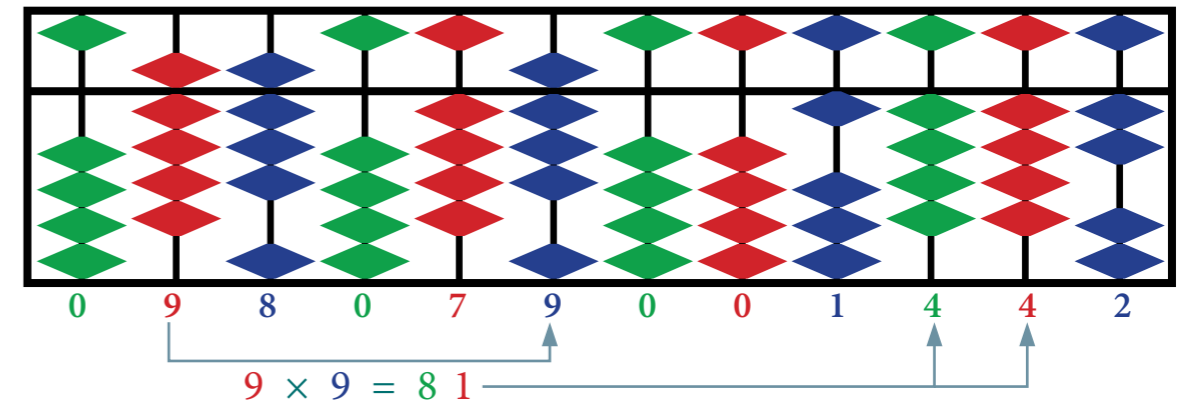
Multiplicamos en la columna de las unidades:  $8 \times 9$ .



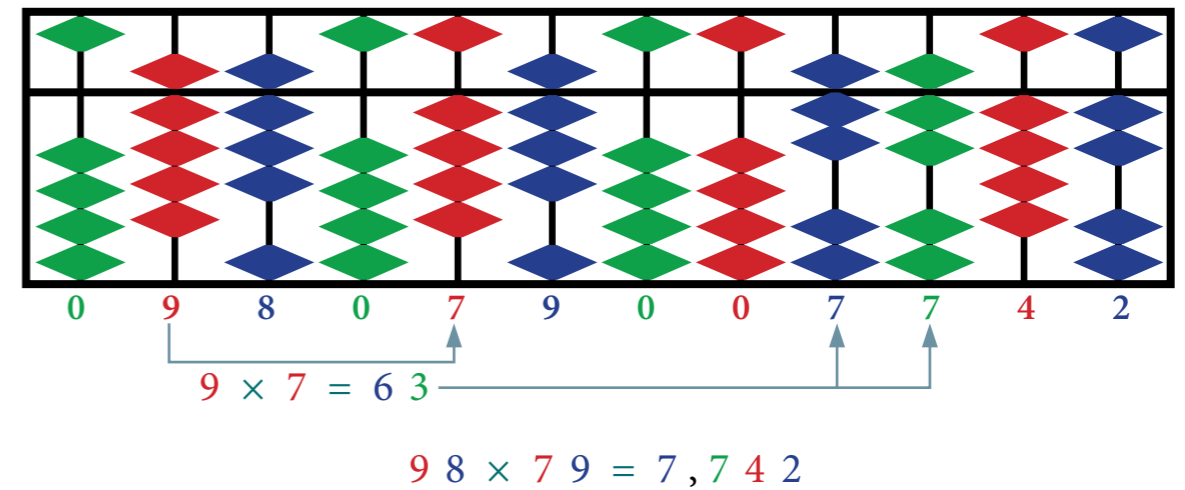
Multiplicamos en la columna de las decenas:  $8 \times 7$ .



Multiplicamos en la columna de las decenas:  $9 \times 9$ .



Multiplicamos en la columna de las centenas:  $9 \times 7$ .



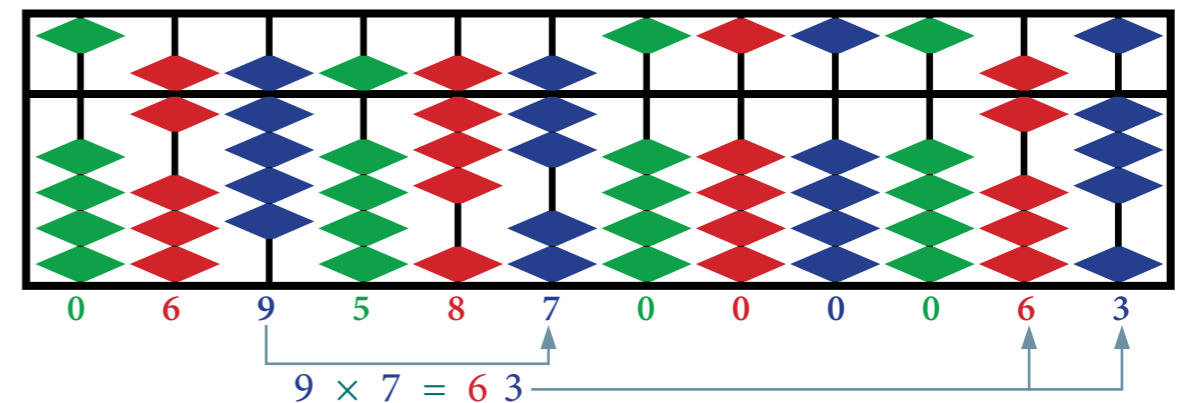
### El multiplicador tiene dos cifras y el multiplicando tres cifras

#### Ejemplo

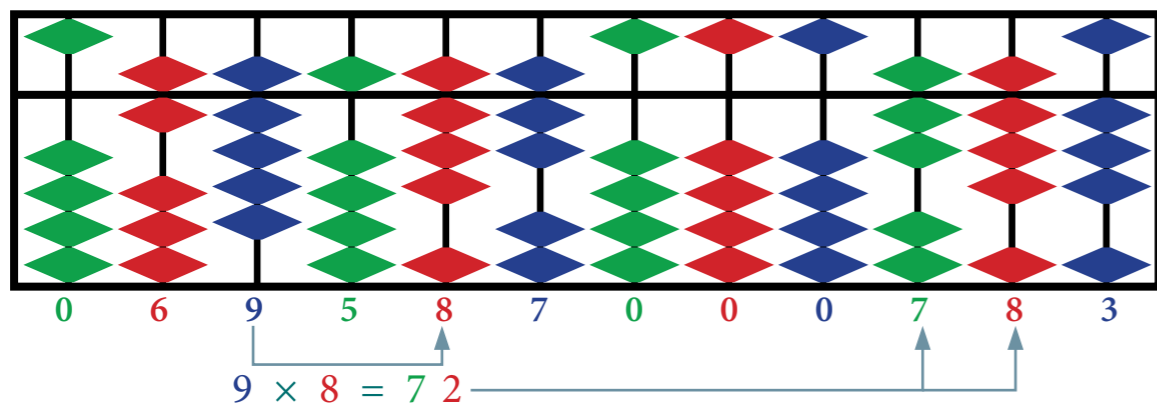
$$69 \times 587$$

Escribimos en la parte izquierda del ábaco, el multiplicador y el multiplicando.

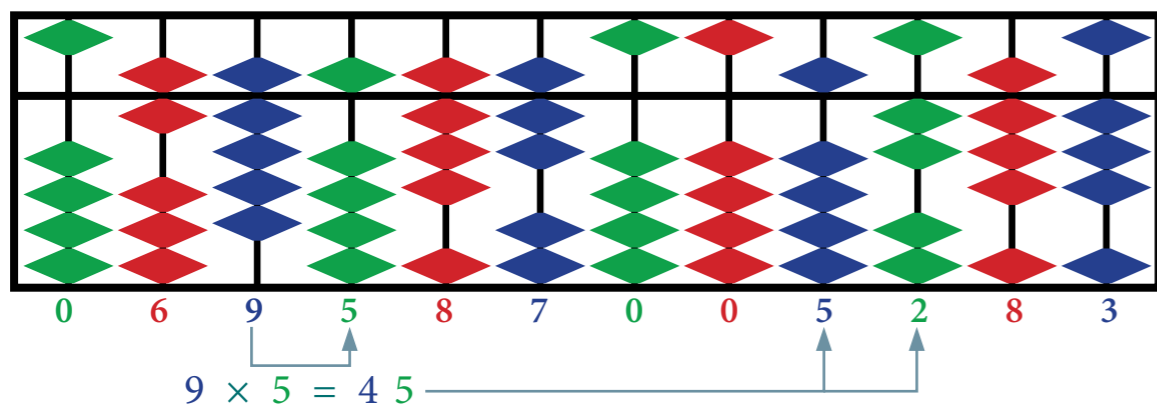
Multiplicamos en la columna de las unidades:  $9 \times 7$ .



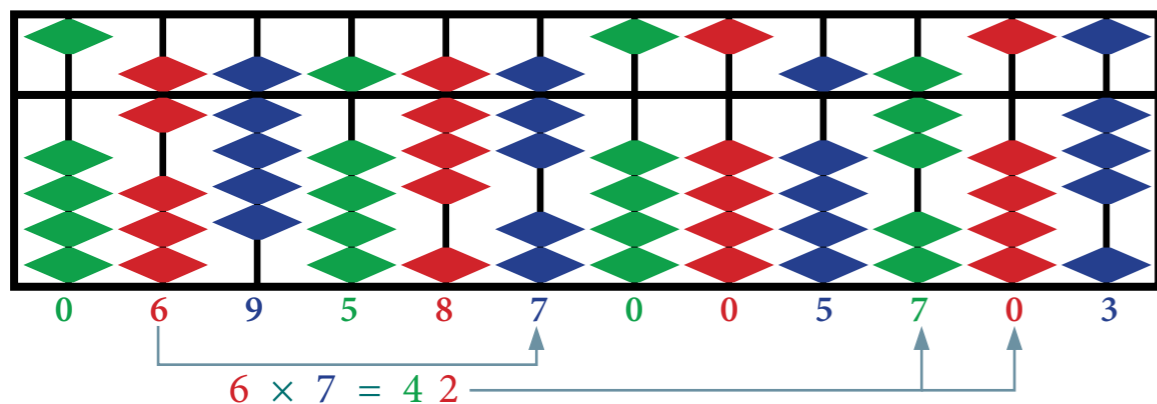
Multiplicamos en la columna de las decenas:  $9 \times 8$ .



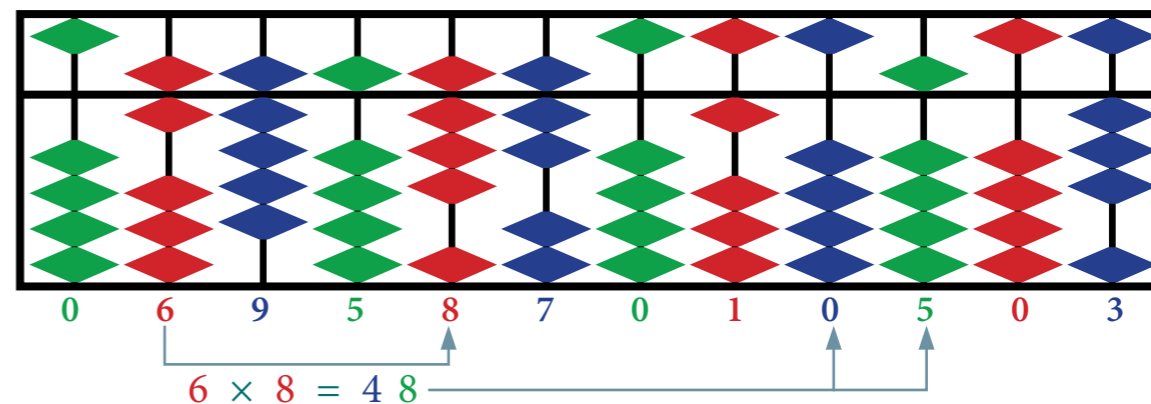
Multiplicamos en la columna de las centenas:  $9 \times 5$ .



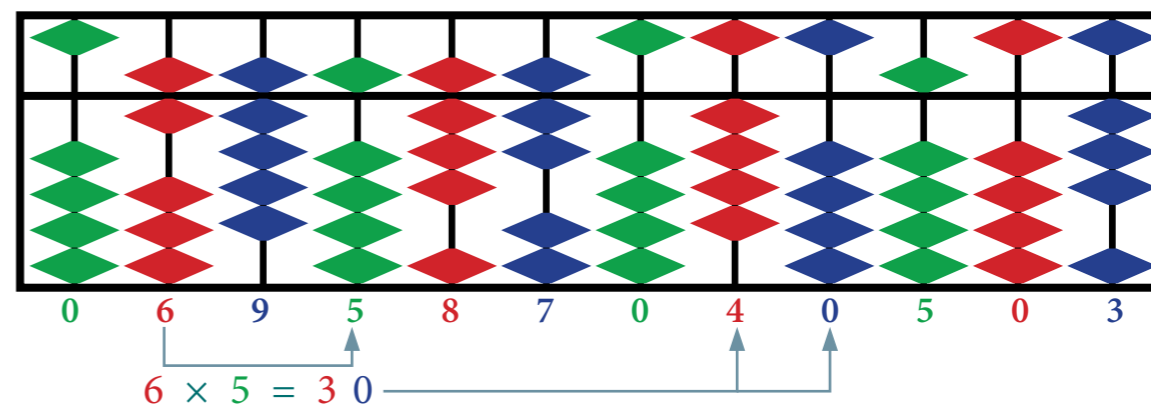
Multiplicamos en la columna de las decenas:  $6 \times 7$ .



Multiplicamos en la columna de las centenas:  $6 \times 8$ .



Multiplicamos en la columna de las unidades de millar:  $6 \times 5$ .



$$69 \times 587 = 40,503$$

### Serie de ejercicios 10

Multiplicar en el ábaco las cantidades.

$3 \times 38 = 114$	$5 \times 14 = 70$	$4 \times 52 = 208$	$3 \times 44 = 132$
$6 \times 96 = 576$	$5 \times 88 = 440$	$5 \times 24 = 120$	$9 \times 48 = 432$
$7 \times 30 = 210$	$2 \times 61 = 122$	$9 \times 88 = 792$	$5 \times 52 = 260$
$2 \times 85 = 170$	$3 \times 50 = 150$	$4 \times 46 = 184$	$9 \times 73 = 657$
$5 \times 74 = 370$	$4 \times 66 = 264$	$3 \times 44 = 132$	$9 \times 33 = 297$
$6 \times 48 = 288$	$8 \times 26 = 208$	$2 \times 64 = 128$	$7 \times 13 = 91$
$8 \times 93 = 744$	$3 \times 97 = 291$	$3 \times 78 = 234$	$3 \times 20 = 60$
$7 \times 71 = 497$	$7 \times 91 = 637$	$4 \times 92 = 368$	$2 \times 95 = 190$
$8 \times 42 = 336$	$5 \times 85 = 425$	$6 \times 93 = 558$	$2 \times 59 = 118$
$8 \times 84 = 672$	$4 \times 40 = 160$	$3 \times 92 = 276$	$3 \times 26 = 78$

$84 \times 19 = 1,596$	$48 \times 77 = 3,696$	$68 \times 54 = 3,672$	$33 \times 714 = 23,562$	$56 \times 710 = 39,760$	$68 \times 760 = 51,680$
$29 \times 81 = 2,349$	$19 \times 79 = 1,501$	$33 \times 38 = 1,254$	$99 \times 565 = 55,935$	$24 \times 189 = 4,536$	$74 \times 673 = 49,802$
$63 \times 50 = 3,150$	$34 \times 54 = 1,836$	$27 \times 27 = 729$	$33 \times 806 = 26,598$	$13 \times 513 = 6,669$	$62 \times 645 = 39,990$
$31 \times 25 = 775$	$44 \times 27 = 1,188$	$58 \times 11 = 6,38$	$97 \times 728 = 70,616$	$89 \times 511 = 45,479$	$55 \times 824 = 45,320$
$47 \times 85 = 3,995$	$75 \times 57 = 4,275$	$22 \times 60 = 1,320$	$51 \times 701 = 35,751$	$29 \times 136 = 3,944$	$43 \times 731 = 31,433$
$71 \times 79 = 5,609$	$38 \times 48 = 1,824$	$27 \times 84 = 2,268$	$44 \times 192 = 8,448$	$91 \times 948 = 86,268$	$58 \times 931 = 53,998$
$89 \times 49 = 4,361$	$86 \times 49 = 4,214$	$50 \times 33 = 1,650$	$82 \times 619 = 50,758$	$81 \times 880 = 71,280$	$77 \times 740 = 56,980$
$57 \times 21 = 1,197$	$21 \times 25 = 525$	$28 \times 87 = 2,436$	$52 \times 188 = 9,776$	$41 \times 207 = 8,487$	$93 \times 485 = 45,105$
$63 \times 79 = 4,977$	$54 \times 88 = 4,752$	$45 \times 94 = 4,230$	$86 \times 512 = 44,032$	$16 \times 812 = 12,992$	$80 \times 742 = 59,360$
$74 \times 64 = 4,736$	$28 \times 40 = 1,120$	$36 \times 32 = 1,152$	$55 \times 606 = 33,330$	$29 \times 958 = 27,782$	$57 \times 647 = 36,879$
$66 \times 49 = 3,234$	$11 \times 54 = 594$	$68 \times 54 = 3,672$	$730 \times 206 = 150,380$	$393 \times 122 = 47,946$	$364 \times 938 = 341,432$
$88 \times 22 = 1,936$	$20 \times 77 = 1,540$	$33 \times 38 = 1,254$	$448 \times 408 = 182,784$	$599 \times 892 = 534,308$	$747 \times 166 = 124,002$
$58 \times 72 = 4,176$	$83 \times 40 = 3,320$	$27 \times 27 = 729$	$769 \times 195 = 149,955$	$232 \times 960 = 222,720$	$598 \times 768 = 459,264$
$92 \times 12 = 1,104$	$63 \times 46 = 2,898$	$58 \times 11 = 638$	$883 \times 242 = 213,686$	$329 \times 828 = 272,412$	$544 \times 679 = 369,376$
$17 \times 48 = 816$	$28 \times 45 = 1,260$	$22 \times 60 = 1,320$	$927 \times 363 = 336,501$	$499 \times 345 = 172,155$	$226 \times 607 = 137,182$
$23 \times 91 = 2,093$	$95 \times 17 = 1,615$	$27 \times 84 = 2,268$	$383 \times 881 = 337,423$	$620 \times 353 = 218,860$	$372 \times 302 = 112,344$
$38 \times 77 = 2,926$	$86 \times 18 = 1,548$	$50 \times 33 = 1,650$	$153 \times 865 = 132,345$	$656 \times 764 = 501,184$	$785 \times 248 = 194,680$
$30 \times 40 = 1,200$	$58 \times 28 = 1,624$	$28 \times 87 = 2,436$	$254 \times 128 = 32,512$	$386 \times 547 = 211,142$	$277 \times 800 = 221,600$
$85 \times 35 = 2,975$	$88 \times 77 = 6,776$	$45 \times 94 = 4,230$	$552 \times 473 = 261,096$	$567 \times 937 = 531,279$	$393 \times 344 = 135,192$
$27 \times 63 = 1,701$	$98 \times 90 = 8,820$	$36 \times 32 = 1,152$	$328 \times 615 = 201,720$	$541 \times 984 = 532,344$	$873 \times 602 = 525,546$
$84 \times 673 = 56,532$	$66 \times 915 = 60,390$	$63 \times 163 = 10,269$	$346 \times 364 = 125,944$	$214 \times 300 = 64,200$	$535 \times 182 = 97,370$
$62 \times 558 = 34,596$	$80 \times 405 = 32,400$	$34 \times 968 = 32,912$	$466 \times 237 = 110,442$	$412 \times 781 = 321,772$	$535 \times 875 = 468,125$
$59 \times 709 = 41,831$	$93 \times 326 = 30,318$	$94 \times 500 = 47,000$	$367 \times 422 = 154,874$	$886 \times 329 = 291,494$	$594 \times 642 = 381,348$
$58 \times 231 = 13,398$	$17 \times 527 = 8,959$	$51 \times 802 = 40,902$	$961 \times 867 = 833,187$	$828 \times 268 = 221,904$	$817 \times 743 = 607,031$
$22 \times 155 = 3,410$	$82 \times 558 = 45,756$	$72 \times 862 = 62,064$	$728 \times 297 = 216,216$	$670 \times 608 = 407,360$	$864 \times 678 = 585,792$
$91 \times 993 = 90,363$	$97 \times 502 = 48,694$	$30 \times 222 = 6,660$	$730 \times 445 = 324,850$	$728 \times 833 = 606,424$	$376 \times 146 = 54,896$
$68 \times 996 = 67,728$	$51 \times 600 = 30,600$	$63 \times 787 = 49,581$	$833 \times 435 = 362,355$	$982 \times 307 = 301,474$	$640 \times 315 = 201,600$
$44 \times 753 = 33,132$	$28 \times 835 = 23,380$	$93 \times 525 = 48,825$	$213 \times 530 = 112,890$	$472 \times 883 = 416,776$	$550 \times 591 = 325,050$
$91 \times 366 = 33,306$	$17 \times 352 = 5,984$	$57 \times 589 = 33,573$	$278 \times 502 = 139,556$	$128 \times 963 = 123,264$	$748 \times 527 = 394,196$
$76 \times 924 = 70,224$	$42 \times 230 = 9,660$	$26 \times 277 = 7,202$	$809 \times 269 = 217,621$	$504 \times 824 = 415,296$	$981 \times 764 = 749,484$