



Mathematiké

José Luis Moreno, S. J.

BIENVENIDOS AL FASCINANTE MUNDO DE LAS MATEMÁTICAS

***Mathematiké,* pedagogía de la espiral ascendente del conocimiento**

Mathematiké es un proyecto de investigación en la enseñanza de las matemáticas desde 1995, dirigido por el Dr. José Luis Moreno Aranda, SJ.

Con gran satisfacción presentamos ahora la Pedagogía de la Espiral Ascendente del Conocimiento, la cual hemos desarrollado para que en una forma integral, inteligente y creativa los estudiantes se apropien del conocimiento matemático.

Los investigadores y profesores del Proyecto *Mathematiké* estamos profundamente comprometidos con el desarrollo económico y social de nuestro país. Nos parece de vital importancia la formación de hombres y mujeres de excelente calidad académica y profundo sentido social. Por eso, decidimos iniciar este programa de investigación en la enseñanza de las matemáticas.

***Mathematiké,* diferente y original**

La Pedagogía de la Espiral Ascendente del Conocimiento, reconoce que aprender matemáticas no es aprender técnicas para hacer operaciones o resolver problemas, sino más bien es la forma privilegiada de desarrollar nuestra capacidad de imaginar realidades tangibles y abstractas.

Abarca en forma integral todo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, desde que el estudiante ingresa a preescolar, hasta que termina la preparatoria.

Mediante el uso de material didáctico y estrategias pedagógicas, permite al estudiante, sin importar el nivel en el que se encuentre, demostrar en forma inteligente los conceptos que estudia.

Una vez que el estudiante ha entendido y demostrado los conceptos, usando su imaginación, en forma creativa construye el sistema de numeración decimal y los algoritmos que le permiten hacer operaciones y resolver problemas.

Contenido:

| | |
|----------------------------------------------|----|
| <i>Presentación</i> | 1 |
| <i>La espiral ascendente</i> | 2 |
| <i>La pedagogía, definición y objeto</i> | 2 |
| <i>Conceptos filosóficos</i> | 3 |
| <i>Metodología de los cinco pasos</i> | 4 |
| <i>Pedagogía de los cinco pasos</i> | 7 |
| <i>Libros de texto</i> | 10 |
| <i>Juegos educativos</i> | 11 |



La espiral ascendente del conocimiento

Hemos llamado a nuestra pedagogía La Espiral Ascendente del Conocimiento, porque iniciando con el número 1, el dígito más simple que identifica la unicidad de un objeto o dimensión, los estudiantes construyen los nueve dígitos y el cero, descubren las operaciones suma y resta, incorporando las columnas numéricas crean todos los números naturales, utilizando el teorema fundamental de la aritmética hacen análisis numérico, usando las operaciones multiplicación y división descubren los números racionales e irracionales.

Por niveles de abstracción los estudiantes entienden y demuestran los conceptos matemáticos, lo que les permite ir construyendo, paso a paso, los algoritmos de las cuatro operaciones básicas, la suma, resta, multiplicación y división de fracciones y la raíz cuadrada.

Realizamos un programa completo de la enseñanza de las matemáticas, desde el primer año de preescolar hasta la preparatoria, que no aborda la disciplina por temas, como tradicionalmente se ha hecho, sino por conceptos y combinaciones de conceptos colocados en diferentes niveles de abstracción. Esta forma de organizar el conocimiento matemático permite al estudiante comprender, usar y gozar esta bella ciencia, que ha sido fruto de la creatividad humana.

Hemos identificado todos los conceptos y combinaciones de conceptos, los niveles de abstracción en los cuales el alumno debe estudiarlos, así como también los diferentes procesos intelectuales que deben darse para que el conocimiento de las matemáticas sea significativo.

Se trata de ir en un orden lógico y natural, no dar brincos y enseñar simples técnicas, estrategias o habilidades desconectadas del contexto y de la persona que los pretende aprender. Intenta llevar de la mano al alumno, para que después de dominar un primer nivel de abstracción, pase al siguiente, y así sucesivamente. Este es un trabajo de gran trascendencia y su implementación es nuestro compromiso.

A este proyecto de investigación le hemos llamado μαθηματική, caracteres griegos que se leen como mathematiké, ya que hemos tratado de recuperar la riqueza de la evolución del pensamiento matemático que la humanidad ha hecho a través de su historia y que los grandes pensadores griegos han compartido con nosotros.

La pedagogía

DEFINICIÓN

La pedagogía es la rama de las ciencias sociales que se dedica al estudio de la enseñanza. Cómo transmitir conocimientos o cómo posibilitar que el estudiante se apropie de ellos es su razón de ser. Las diferentes corrientes pedagógicas proponen formas o maneras de proceder, para que este proceso de enseñanza-aprendizaje se dé con mayor eficiencia.

OBJETIVO

La pedagogía de la Espiral Ascendente del Conocimiento tiene como marco de referencia una filosofía educativa humanista .

Una filosofía educativa humanista es aquella que centra y pone toda su atención en la persona misma. Un serio y profesional discernimiento le permite usar, de manera discriminada, los medios que juzga convenientes para alcanzar sus fines.

La pedagogía de la Espiral Ascendente del Conocimiento tiene como principal interés, permitirle a la persona misma apropiarse del conocimiento, para que vaya creciendo en su proceso de hacerse cada vez más libre y dueño de su propia existencia.

Conceptos filosóficos

LA ESENCIA DEL SER HUMANO

La esencia del ser humano son aquellos elementos, o dinatismos constitutivos que hacen de un ser viviente un ser humano. También podríamos definir la esencia del ser humano, diciendo que son aquellos elementos únicos del humano, que lo distinguen o diferencian de cualquier otra especie viviente sobre la Tierra.

La esencia del ser humano implica los dinatismos constitutivos que le permiten hacerse cada vez más humano, ser más él/ella mismo, que siendo igual que los demás, se hace único e irrepetible

EL SER HUMANO ES YA PERO TODAVÍA NO

Cuando una persona nace es ya un ser humano, sin embargo empieza el largo camino de ir haciéndose más humano cada día. El ser humano ya es humano, pero, todavía falta que se haga él/ella mismo cada vez más humano.

Precisamente porque el hacerse cada vez más humano es una tarea del ser mismo, la libertad es un constitutivo esencial de todo hombre o mujer. Es decisión de cada individuo cómo quiere hacerse humano. La manera en que una persona se constituye como humano depende en gran medida del proyecto de ser humano que tiene.

De hecho, es tal la apertura y el privilegio del ser humano, que puede ser lo que quiera ser, hacerse como quiera, moldearse según la utopía que le da sentido a su vida.

La **libertad** es privilegio único del ser humano y es posibilidad de ser cada vez más humano, más diferente de lo que no es humano.

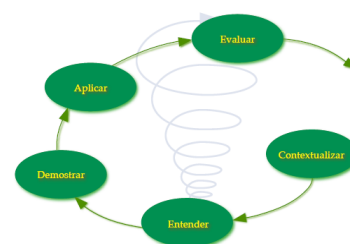
Todos los bebidos al nacer están integralmente constituidos como pertenecientes al género humano; sin embargo, el desarrollo o potenciación de estos elementos o dinatismos dependerá del sujeto mismo.

En la infancia –primera parte de la vida de todo ser humano– el idioma, las costumbres, los logros, fracasos y problemas familiares y sociales, marcan fuertemente al individuo para su desarrollo futuro. Después de pasado el periodo de transición –la adolescencia– será tarea exclusiva de la persona misma que se desarrolle y se haga cada vez más humano, es decir, potencie lo que esencialmente la constituye.

LA IMAGINACIÓN, LA INTELIGENCIA Y LA CREATIVIDAD SON DINAMISMOS CONSTITUTIVOS DEL SER HUMANO

La **imaginación** es la capacidad que el ser humano tiene de formar representaciones figurativas y simbólicas en la mente.

Ascender en niveles de abstracción, es desarrollar nuestra capacidad imaginativa, lo que nos permite imaginar realidades cada vez más sofisticadas.



Aprender matemáticas significa aprender a imaginar o abstraer realidades cada vez más complejas.



La **inteligencia** es la capacidad que tiene el ser imaginativo de captar la unidad en la multiplicidad de los datos recibidos a través de los sentidos.

Ascender en la espiral del conocimiento matemático, es desarrollar nuestra inteligencia, lo que nos posibilita a resolver problemas cada vez más complejo.

La **creatividad** es la capacidad que el ser imaginativo e inteligente tiene de hacer algo nuevo que solucione un problema o mejore la situación.

Ascender en el fascinante mundo de las matemáticas, es desarrollar nuestra creatividad, lo que nos capacita a transformar la realidad, creando un mundo mejor.

Metodología de los cinco pasos

INTRODUCCIÓN

La Pedagogía de la Espiral Ascendente del Conocimiento tiene un metodología que hemos llamado de los cinco pasos.

Los cinco pasos son:

1. Contextualizar el concepto
2. Descubrir y entender
3. Demostrar
4. Actuar y aplicar
5. Evaluar.

Vamos ahora a explicar en qué consiste cada uno de estos cinco pasos.



Experimentar una realidad sensible o tangible involucra al ser completo.

CONTEXTUALIZAR

Ubicar en la espiral ascendente del conocimiento el **concepto** al que expondremos al estudiante. Verificar que el alumno se ha apropiado de los conceptos anteriores y está preparado para este nuevo conocimiento.

DESCUBRIR Y ENTENDER

Usando una estrategia pedagógica y el material didáctico, exponer al alumno al concepto, para que usando sus sentidos, **experimente** una realidad tangible, extraiga los datos, **inquiera** e **imagine**, lo que le permite captar la unidad inteligible de esos datos y por lo tanto **descubrir** y **entender**.

DEMOSTRAR

Utilizando la **inteligencia** y la **voluntad** el estudiante pasa de la reflexión a enumerar las condiciones necesarias para que este conocimiento sea verdadero, ordena las evidencias con las que cuenta, lo que le posibilita a **demostrar** y **juzgar** por él mismo el conocimiento. Ha pasado de entender a la **comprensión total**.

ACTUAR, APLICAR Y CREAR

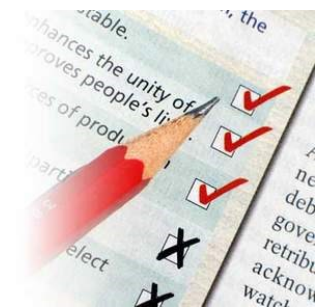
Actuar aplicando el concepto para **crear** el algoritmo que permite al alumno resolver problemas y plantear nuevos y complejos problemas, lo que hace necesario subir en la espiral ascendente, para estudiar el siguiente concepto al que expondremos al estudiante.

Desarrollar la habilidad y acumular experiencia en plantear y resolver problemas de diferentes grados de dificultad .

EVALUAR

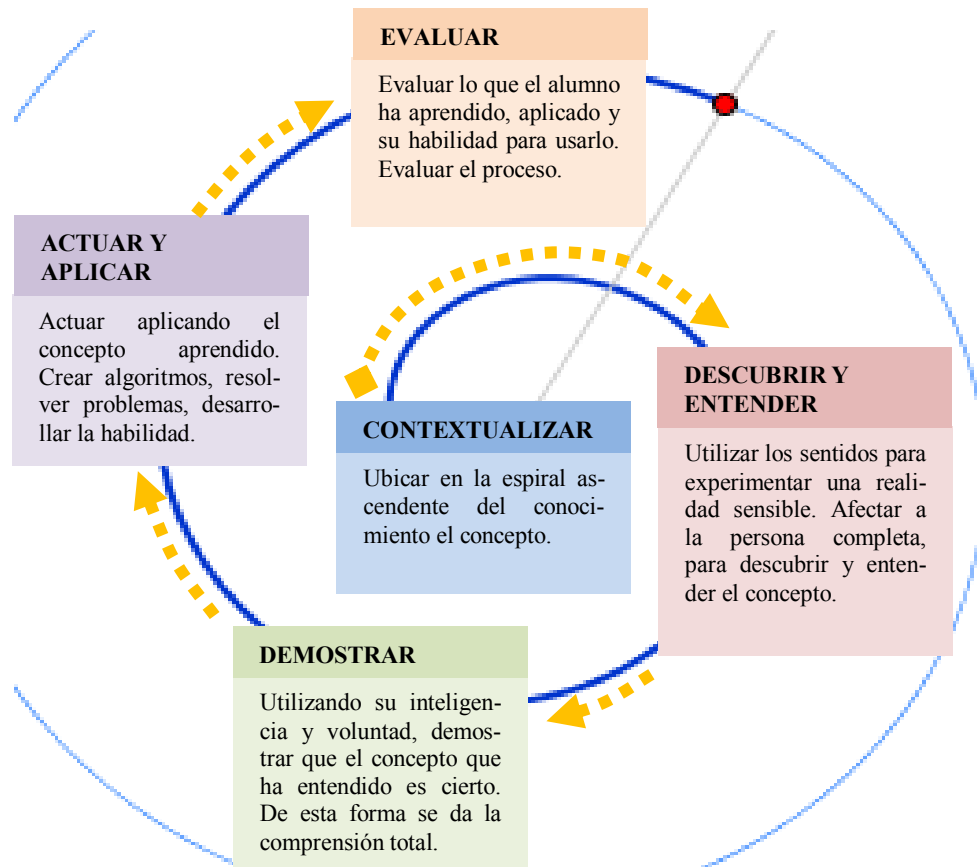
Evaluar que el estudiante se haya apropiado del concepto, pueda demostrarlo y sepa creativamente aplicarlo, así como también haya desarrollado la habilidad y acumulado la experiencia para resolver problemas .

Evaluar el procedimiento, la estrategia pedagógica y el material didáctico utilizados por el maestro.



La evaluación invita al maestro y al alumno a continuar el proceso de ascender en niveles de abstracción, en niveles de humanización.

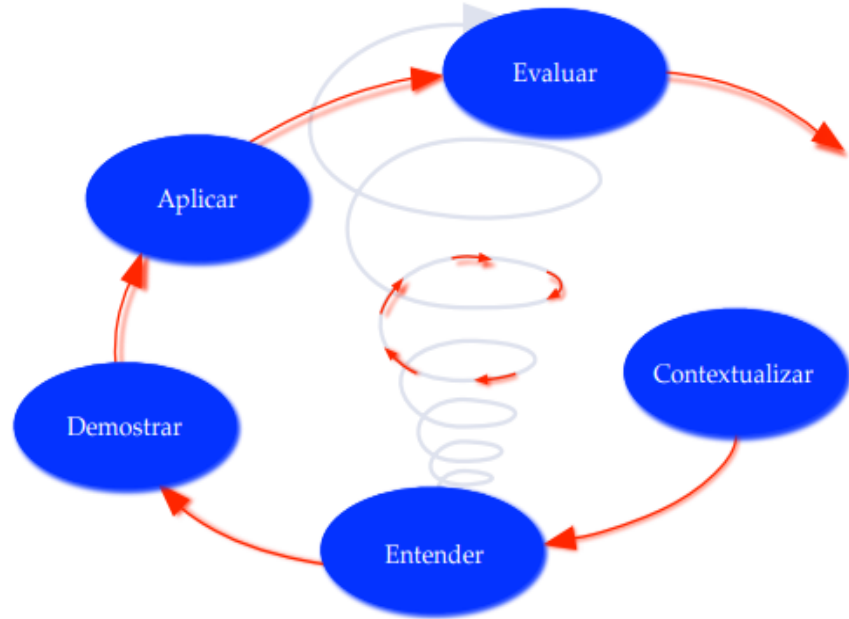
Pasos en el proceso enseñanza-aprendizaje.





METODOLOGÍA DE LOS CINCO PASOS

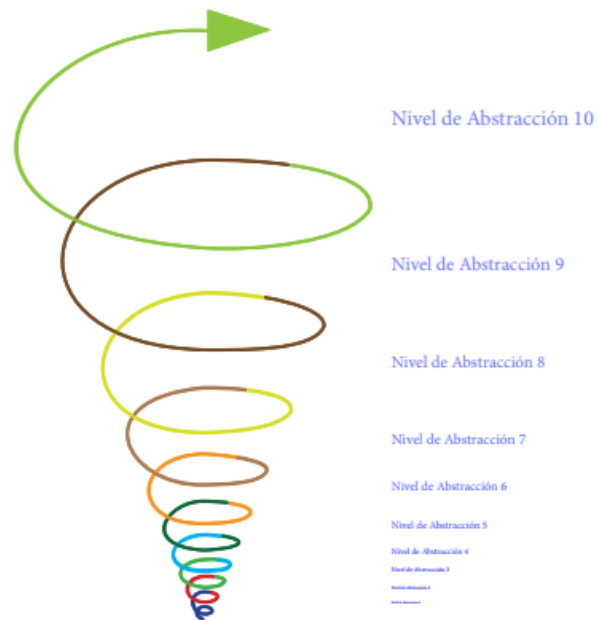
Colocamos los cinco pasos en una espiral ascendente del conocimiento.



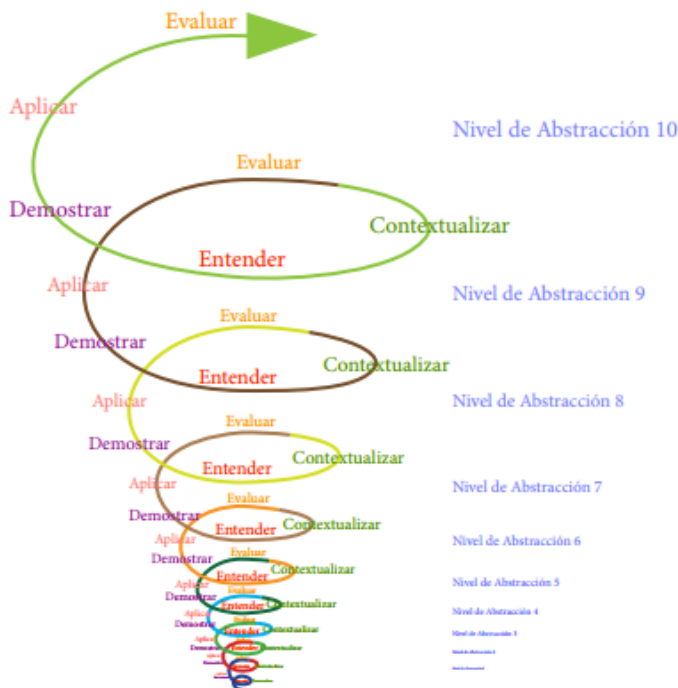
| MATEMATIKÉ [niveles de abstracción y los cinco pasos] | |
|-------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8 | 7.2 Experimentar 7.1 Contextualizar 6.5 Evaluar 6.4 Aplicar 6.3 Demostrar 6.2 Entender 6.1 Contextualizar 5.4 Experimentar 5.3 Demostrar 5.2 Entender 5.1 Contextualizar 4.4 Aplicar 4.3 Demostrar 4.2 Entender 4.1 Contextualizar 3.4 Aplicar 3.3 Demostrar 3.2 Entender 3.1 Contextualizar 2.4 Aplicar 2.3 Demostrar 2.2 Entender 2.1 Contextualizar 1.4 Aplicar 1.3 Demostrar 1.2 Entender 1.1 Contextualizar |

Creamos la **espiral ascendente** definiendo cada uno de los niveles de abstracción.

Escalera cuántica de la abstracción matemática



Para cada uno de los conceptos y combinaciones de conceptos, en los niveles de abstracción correspondientes recorreremos los cinco pasos: **contextualizar, entender, demostrar, aplicar** y **evaluar**.



Pedagogía de los cinco pasos

PRIMER PASO: CONTEXTUALIZAR LOS CONCEPTOS

La contextualización de los conceptos de la aritmética, el álgebra y la trigonometría es lo que marca un nuevo paradigma en la enseñanza de las matemáticas. Es lo que permite, a esta nueva y original metodología, organizar el conocimiento matemático en forma lógica y ordenada, lo que posibilita a los estudiantes a ir apropiándose paso a paso de los conceptos para ir cursando el fascinante mundo de las matemáticas.

Aprender matemáticas significa aprender a imaginar o abstraer realidades cada vez más complejas, por lo cual hemos organizado el conocimiento matemático en niveles de abstracción o imaginación.

Un mismo concepto matemático puede repetirse varias veces solo o combinado con otro u otros conceptos en diferentes niveles de abstracción.

Al ir colocando los conceptos y las combinaciones de conceptos en los diferentes niveles de abstracción, vamos creando la espiral ascendente del conocimiento matemático.

Podemos localizar el inicio de la aventura en el ascenso de la espiral del conocimiento matemático, sin embargo, no es posible localizar el final, ya que las posibilidades son inagotables porque el universo matemático es infinito.



Dimensiones de los números

**Grupos de conceptos**

En los libros de texto de aritmética, álgebra y trigonometría, cada capítulo corresponde a un grupo de conceptos.

En un capítulo puede estar el mismo concepto solo o acompañado de otros conceptos contextualizado en diferentes niveles de abstracción:

| Aritmética | | |
|---------------------------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| Dinámica básica del sistema de numeración decimal | Suma | Resta |
| Multiplicación | División | Números fraccionarios |
| Conjunto de los números reales | Raíz cuadrada | Geometría |
| Volúmenes | Conceptos selectos de aritmética | |

| Álgebra | | |
|--------------------------------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------|
| Propiedades básicas del álgebra | Números negativos | Operaciones algebraicas en una dimensión |
| Operaciones algebraicas en dos dimensiones | Operaciones algebraicas en tres dimensiones | Ecuaciones |
| Desigualdades | Sistemas de ecuaciones | Propiedades de los números reales |
| Gráfica y análisis de la gráfica de una ecuación | Fracciones parciales | |

| Trigonometría | | |
|----------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| Elementos de geometría | Plano cartesiano y círculos | Concepto de función inversa |
| Figuras geométricas planas | Relaciones trigonométricas | Funciones trigonométricas |
| Simetría | Identidades trigonométricas | Más identidades trigonométricas |
| Ángulos y triángulos | Geometría de triángulos | Ecuaciones trigonométricas |
| Triángulos rectángulos | Concepto de función | |

SEGUNDO Y TERCER PASOS: ENTENDER Y DEMOSTRAR**Entender**

Para que el estudiante pueda entender, debe experimentar el concepto, sentir utilizando sus sentidos e imaginar para así afectarse no solo con la razón sino con el ser entero.

Experimentar una realidad sensible o tangible involucra al ser completo y le permite entender al captar la unidad en la diversidad de datos a los que ha sido expuesto.

Demostrar

Una vez que el estudiante ha entendido el concepto, pasa de la reflexión a enumerar las condiciones necesarias para que este concepto sea verdadero, ordena las evidencias con las que cuenta, lo que le permite demostrar por él mismo el concepto. El alumno pasa de entender a la comprensión total o apropiación del concepto.

Estrategias pedagógicas *Mathematiké*

Los libros de texto, el material didáctico y los juegos educativos han sido diseñados para que el estudiante:

- Involucrando sus sentidos, no solamente la razón sino su ser completo, tome los datos para que experimentado, entienda, conciba y utilizando sus propias palabras formule adecuadamente el concepto.
- Sin importar el nivel de abstracción en el cual se encuentre, se pregunte si el concepto que ha entendido es cierto, establezca las condiciones necesarias para que sea verdadero, ordene las evidencias con las que cuenta y demuestre que es cierto.

CUARTO PASO: APLICAR PARA CREAR Y RESOLVER

Una vez que en el estudiante se ha dado la comprensión total, es decir, que ha entendido el concepto y demostrado que es cierto, es dueño de este conocimiento y puede utilizarlo para crear algoritmos, resolver problemas y plantear nuevos problemas.

El estudiante va creando, paso a paso y a través de diferentes niveles de abstracción, los algoritmos que utiliza para hacer operaciones y resolver problemas.

Los libros de texto, el material didáctico y los juegos educativos de aritmética, álgebra y trigonometría han sido diseñados por niveles de abstracción para facilitar al estudiante el crear los algoritmos y desarrollar la habilidad para utilizarlos.

El desarrollo de cada uno de los algoritmos utilizados en aritmética, geometría, álgebra y trigonometría lo hemos dividido en niveles de abstracción y en pasos para el estudiante, utilizando el concepto o el conjunto de conceptos necesarios, al ir subiendo en la espiral ascendente pueda, paso a paso, construirlos y de esa forma ir creando su propio conocimiento.

Algoritmos de la aritmética, niveles de abstracción

| Aritmética | |
|---------------------------------------|------------------------------------------|
| Las cuatro dimensiones de los dígitos | Primer nivel de abstracción |
| Suma | Primero al cuarto niveles de abstracción |
| Resta | Primero al cuarto niveles de abstracción |
| Multiplicación | Segundo al quinto niveles de abstracción |
| División | Tercero al quinto niveles de abstracción |
| Raíz cuadrada | Quinto y sexto niveles de abstracción |
| Suma y resta de fracciones | Tercero al quinto niveles de abstracción |
| Volumen de poliedros | Tercero al sexto niveles de abstracción |

QUINTO PASO: EVALUAR EL CONOCIMIENTO

La evaluación involucra tanto al maestro como al alumno y no solamente se refiere a los valores y al conocimiento que el sujeto se ha apropiado, también, al proceso mismo que ha seguido para lograr esta apropiación.

Evaluar si el estudiante se ha apropiado de los conceptos matemáticos estudiados y los sabe aplicar adecuadamente para crear algoritmos y resolver problemas. Evaluar si el estudiante ha desarrollado la habilidad y acumulado la experiencia necesaria, en el planteamiento y resolución de problemas.

Evaluar las estrategias pedagógicas que el maestro ha utilizado y el material didáctico y los ejercicios que el alumno ha empleado para entender, demostrar y desarrollar la habilidad.

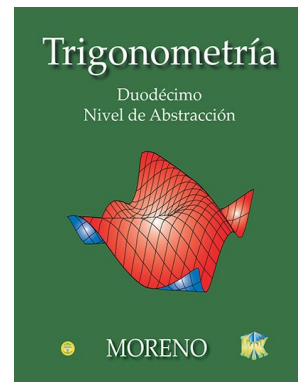
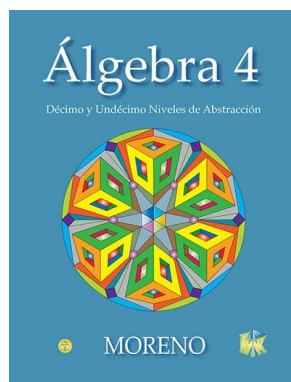
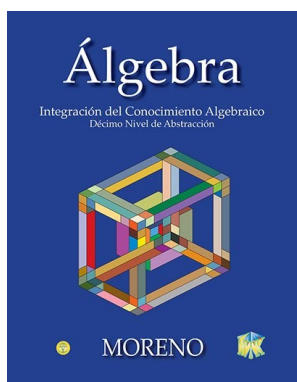
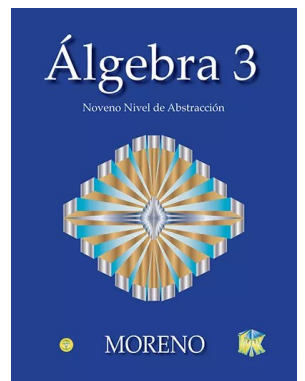
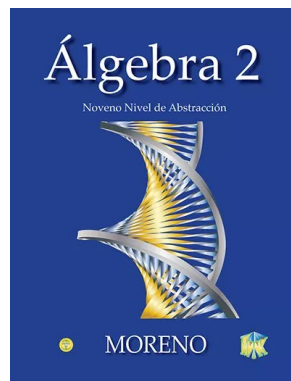
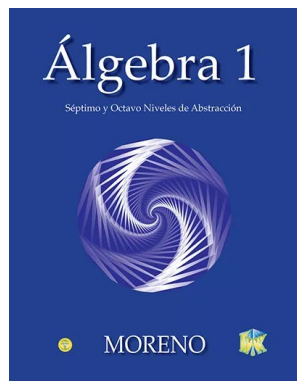
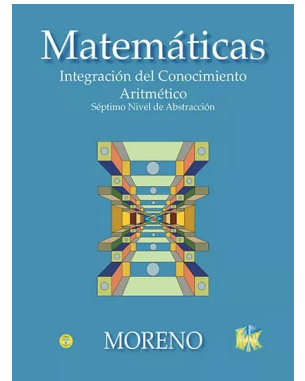
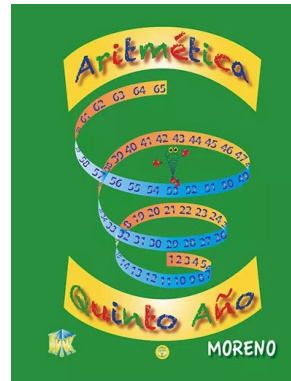
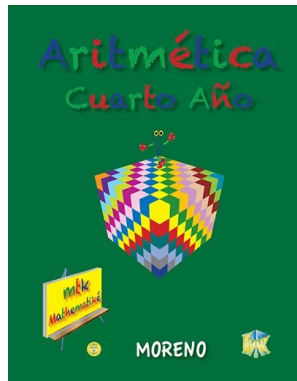
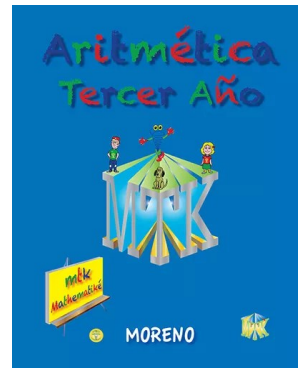
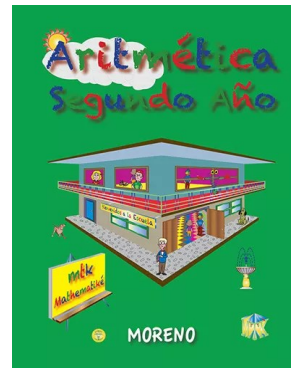
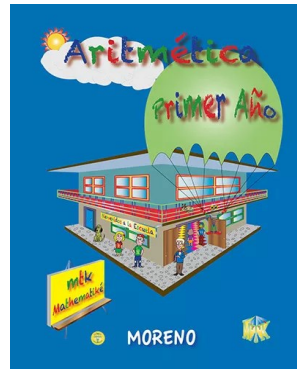
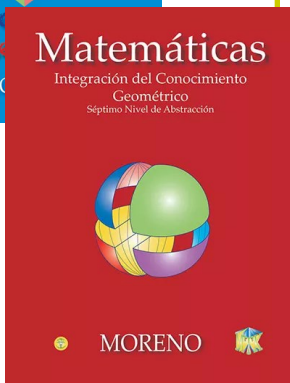
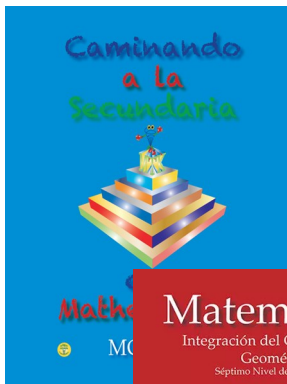
La evaluación invita al maestro y al alumno a continuar en el proceso de ascender en niveles de abstracción, es decir ascender en niveles de humanización. El maestro y el alumno se encuentran ya en la dinámica de la espiral ascendente del conocimiento.



El estudiante va creando, paso a paso y a través de diferentes niveles de abstracción, los algoritmos que utiliza para hacer operaciones y resolver problemas

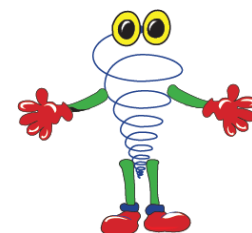
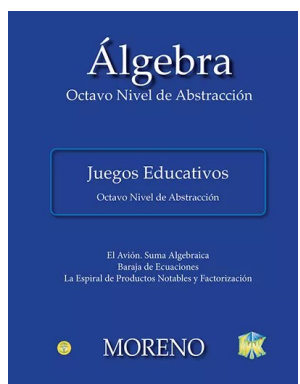
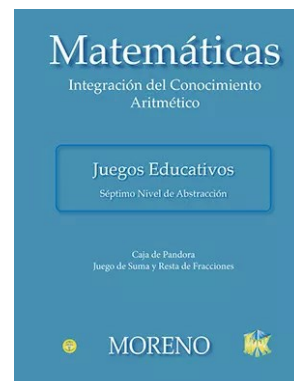
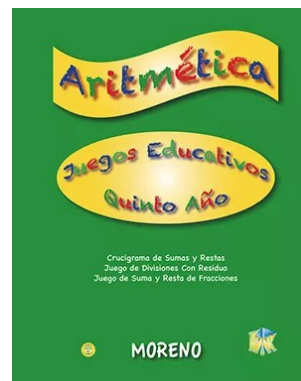
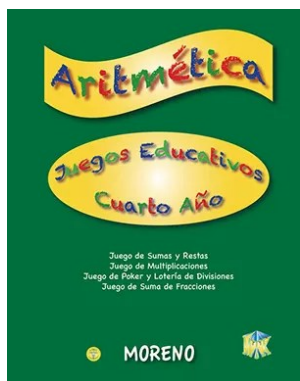
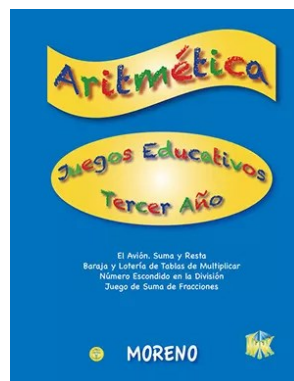
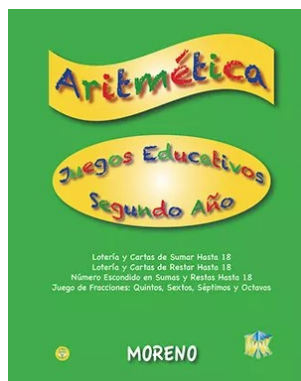


Libros de texto

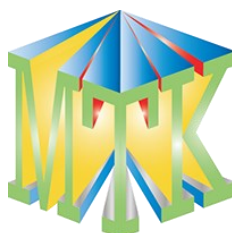


Todos los libros de aritmética, álgebra, geometría y trigonometría existen en versión electrónica para uso de los maestros.

Juegos educativos



En la página web de Mathematiké también encontrarás videos educativos.



¡ESTAMOS EN LA WEB!
<https://www.mathematike.org>

José Luis Moreno, S. J.