Diplomado Mathematiké

Certificación de Profesores de Matemáticas

2017-2018

Módulo VI

Números Fraccionarios

Material de Trabajo

Mathematiké

Una Forma Integral, Inteligente y Creativa de Aprender Matemáticas

Aritmética

Primer Año

La Espiral Ascendente del Conocimiento

MORENO

Concepto de Fracción

La Unidad de Una Fracción

En este nivel de abstracción, utilizaremos como la unidad o un entero de una fracción una figura geométrica.

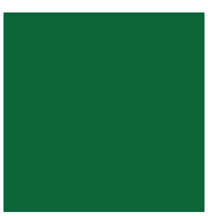
Es importante que entendamos claramente que una unidad o entero es únicamente unidad de las fracciones que proceden de ella. Ya que las fracciones de un círculo no son iguales a las fracciones de un cuadrado.

La unidad de una fracción la representamos con el número 1.

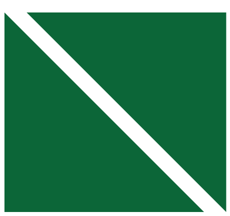
Concepto de Fracción

Cuando una figura geométrica que es nuestra unidad o entero la dividimos en partes que son iguales en forma y tamaño, creamos fracciones.

Las partes tienen que ser iguales en tamaño y forma.



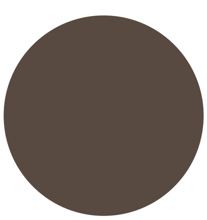
Unidad o Entero



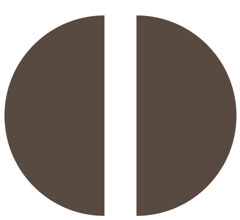
Fracciones Iguales en Tamaño y Forma

Unidad o Entero

Fracciones Iguales en Tamaño y Forma

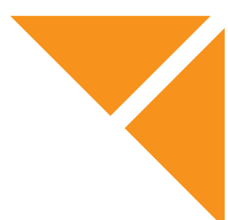


Unidad o Entero



Fracciones Iguales en Tamaño y Forma

Unidad o Entero



Fracciones Iguales en Tamaño y Forma

Medios, Tercios y Cuartos

Medios

Si una figura geométrica la dividimos en dos partes que son iguales en forma y tamaño, creamos dos fracciones que llamamos medios.

La unidad o entero la representamos con el número 1.

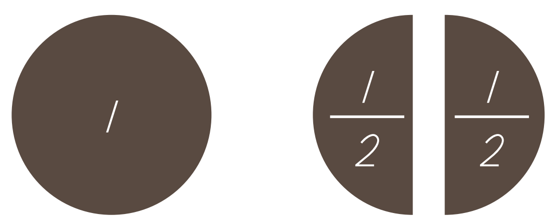
A cada una de las dos fracciones que hemos formado le llamamos 1 de 2 y la representamos como: $\frac{1}{2}$

1 ← Una fracción

2 ← De dos

La unidad la representamos con el número 1.

Cada una de las fracciones es 1 de 2



La unidad la representamos con el número 1.

Cada una de las fracciones es 1 de 2

Tercios

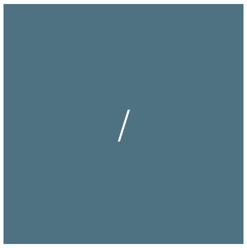
Si una figura geométrica la dividimos en tres partes que son iguales en forma y tamaño, creamos tres fracciones que llamamos tercios.

La unidad o entero la representamos con el número 1.

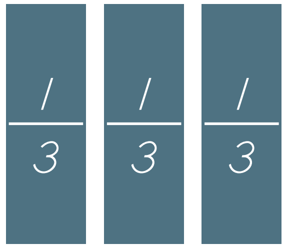
A cada una de las tres fracciones que formado le llamamos 1 de 3 y la representamos como: $\frac{1}{3}$

1 ← Una fracción

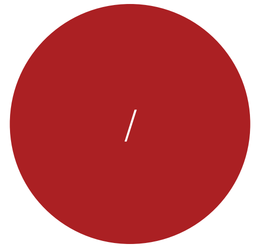
3 ← De tres



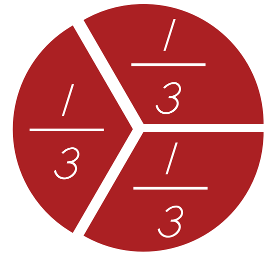
La unidad la representamos con el número 1.



Cada una de las fracciones es 1 de 3



La unidad la representamos con el número 1.



Cada una de las fracciones es 1 de 3

Cuartos

Si una figura geométrica la dividimos en cuatro partes que son iguales en forma y tamaño, creamos cuatro fracciones que llamamos cuartos.

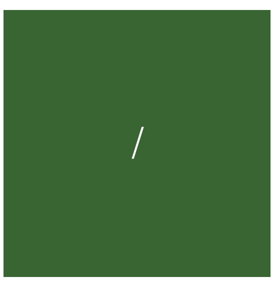
La unidad o entero la representamos con el número 1.

A cada una de las cuatro fracciones que formado le llamamos 1 de 4 y la representamos como:

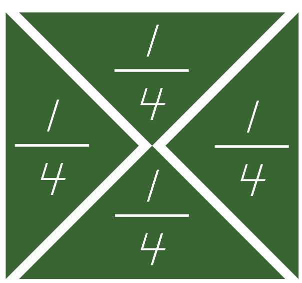
$$\frac{1}{4}$$

1 ← Una fracción

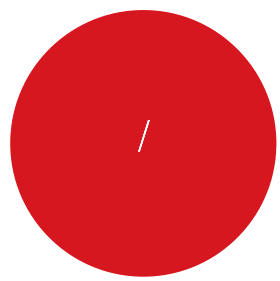
4 ← De cuatro



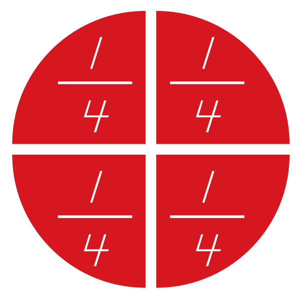
La unidad la representamos con el número 1.



Cada una de las fracciones es 1 de 4

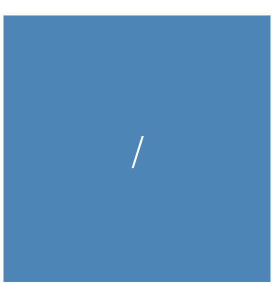


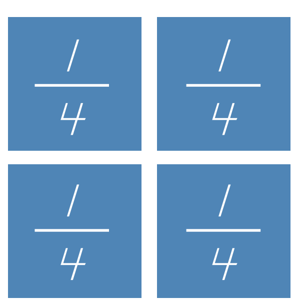
La unidad la representamos con el número 1.

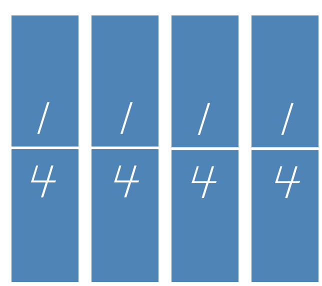


Cada una de las fracciones es 1 de 4

La misma unidad puede formar fracciones dividiéndola de diferentes formas. Sin embargo, solamente aquellas que son iguales en tamaño y forma las podemos agrupar para que formen la unidad.



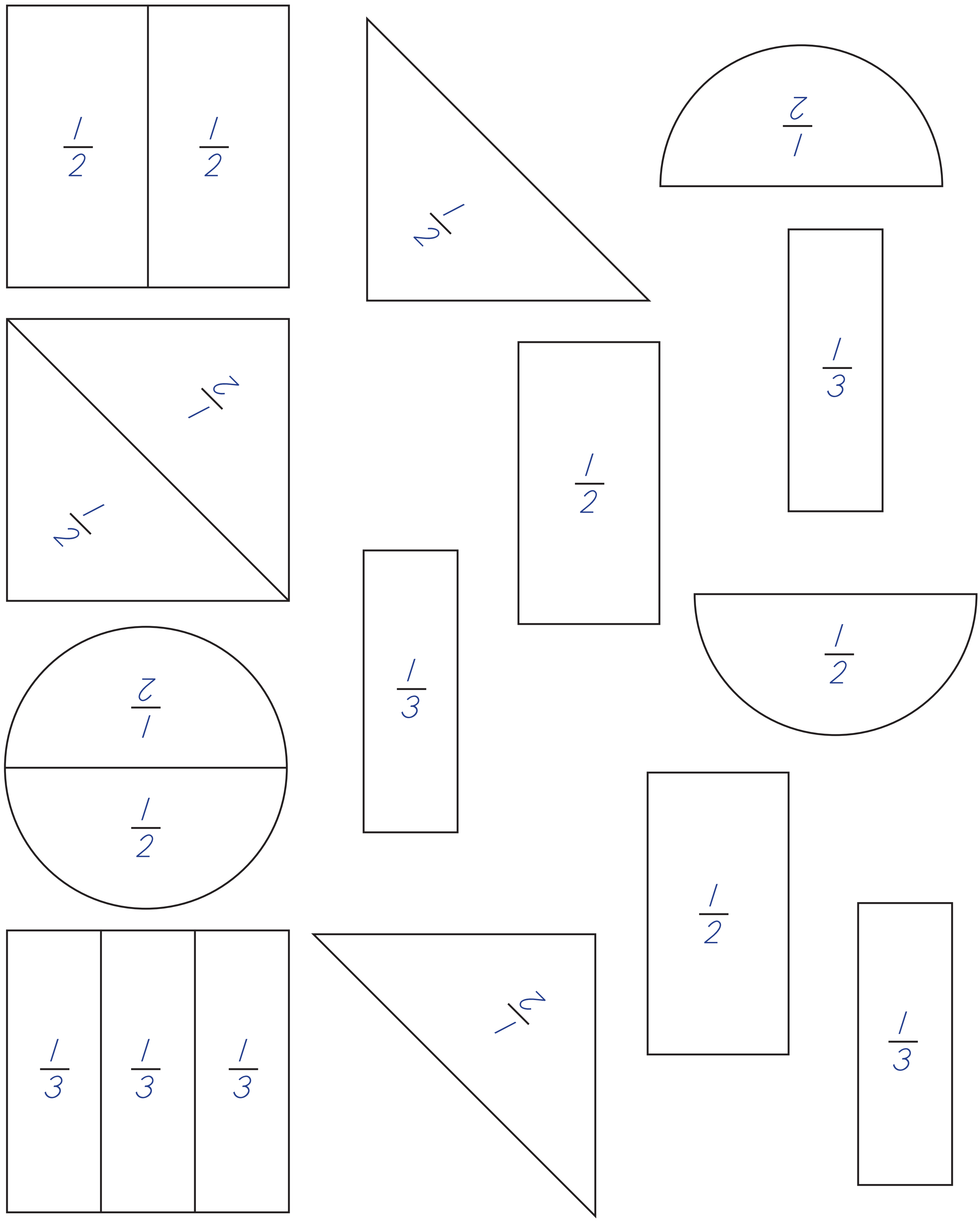


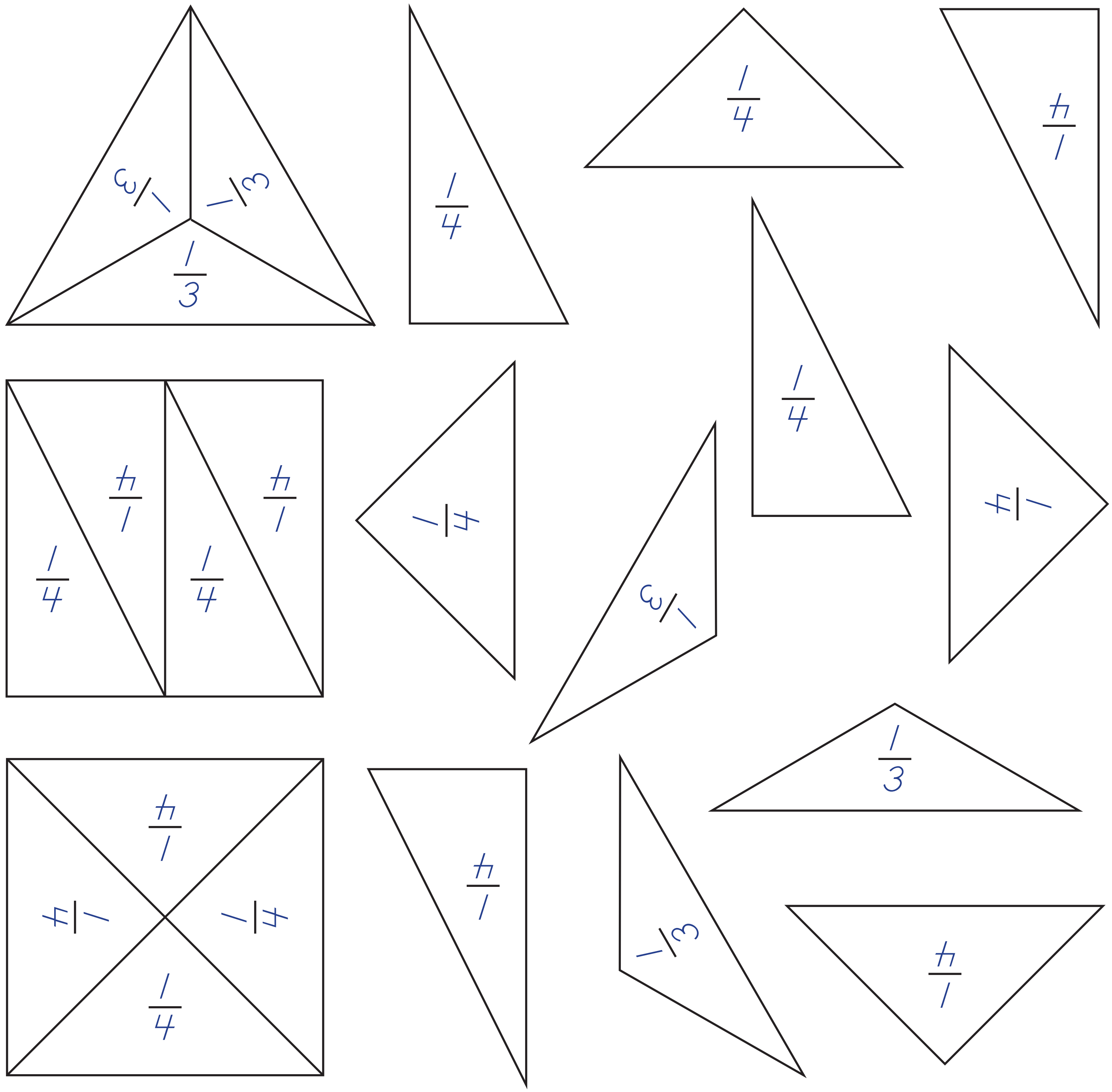


Ejercicios Para Desarrollar la Habilidad

Colorea del mismo color las fracciones que forma una unidad.

En la unidad correspondiente ilumina las fracciones del mismo color.



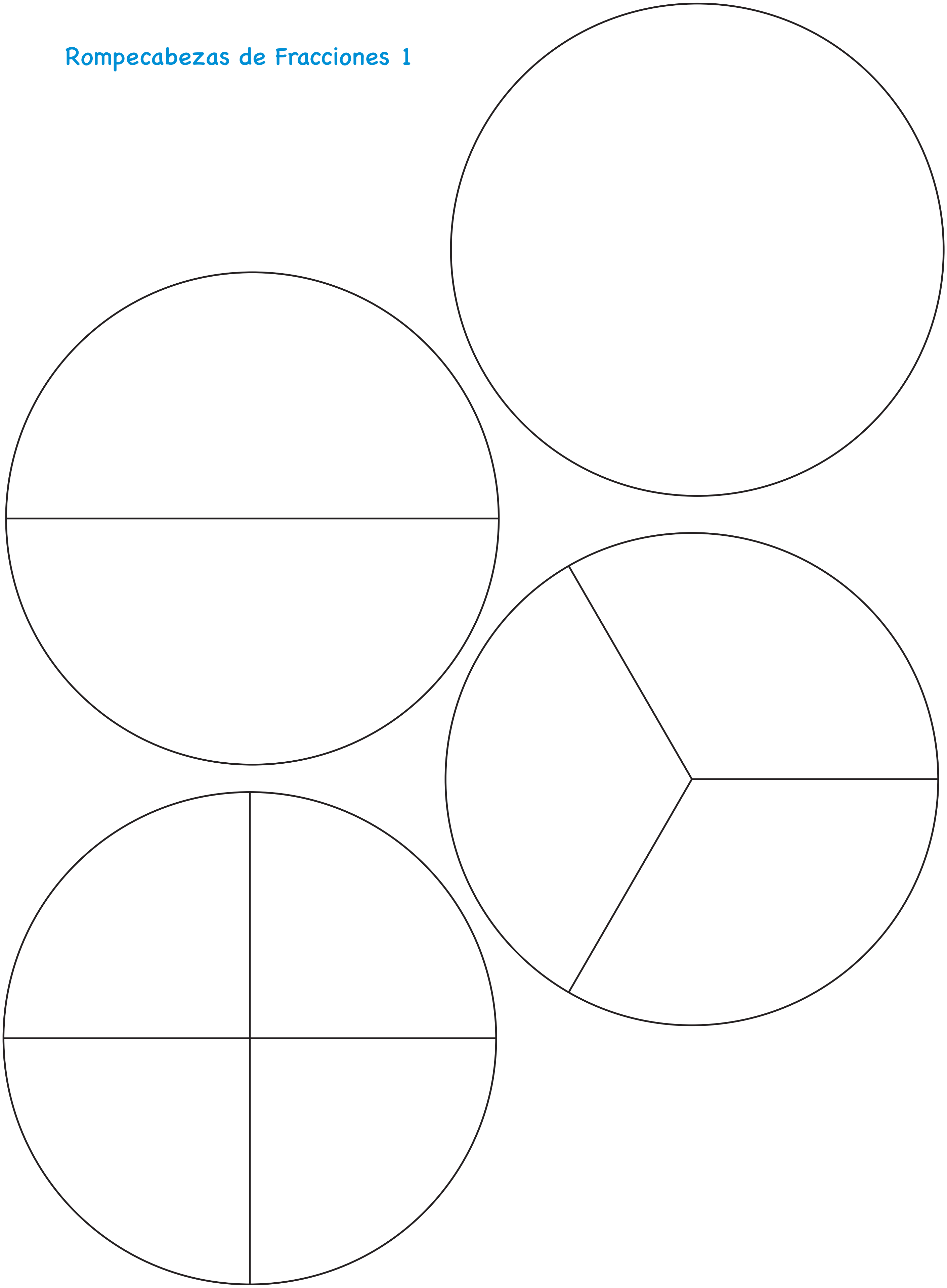


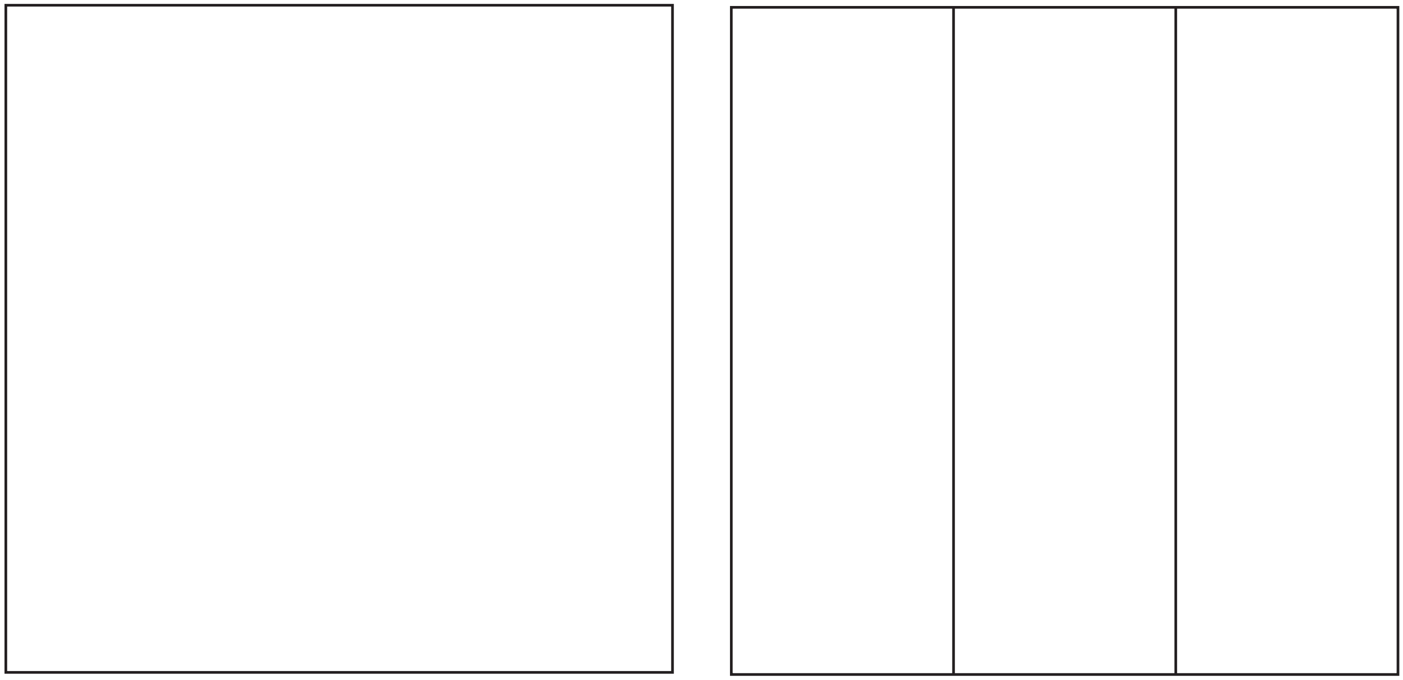
Ejercicios Para Practicar con el Material Didáctico

Realiza las siguientes actividades utilizando las cartulinas Rompecabezas de Fracciones 1, 2,3 y 4 del material didáctico:

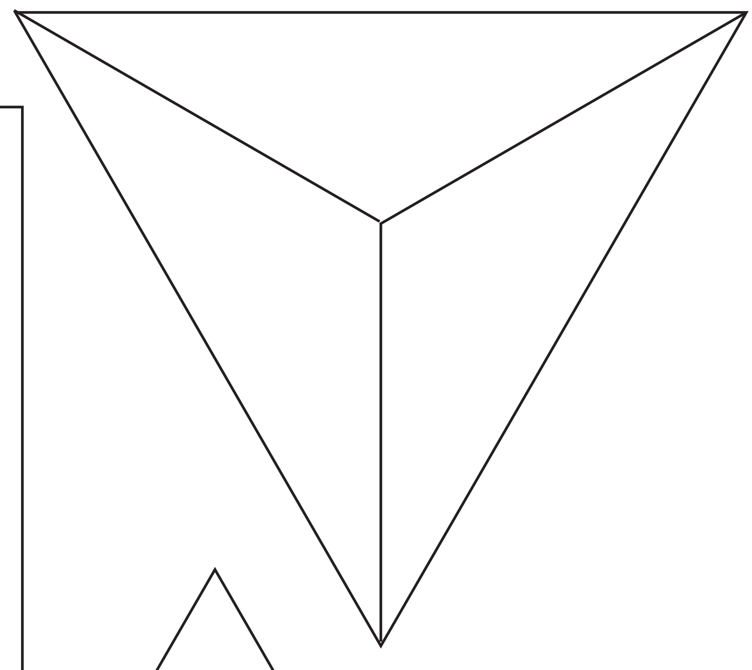
1. Colorea las figuras sin cubrir el nombre de la fracción. Escoge un color diferente que identifique a las unidades, los medios, los tercios y los cuartos.
2. Recorta las figuras de los rompecabezas y efectúa con ellas las actividades que la maestra te diga.
3. Arma los rompecabezas varias veces. Cuando hayas terminado de estudiar las figuras, pega las piezas en las siguientes cuatro páginas.

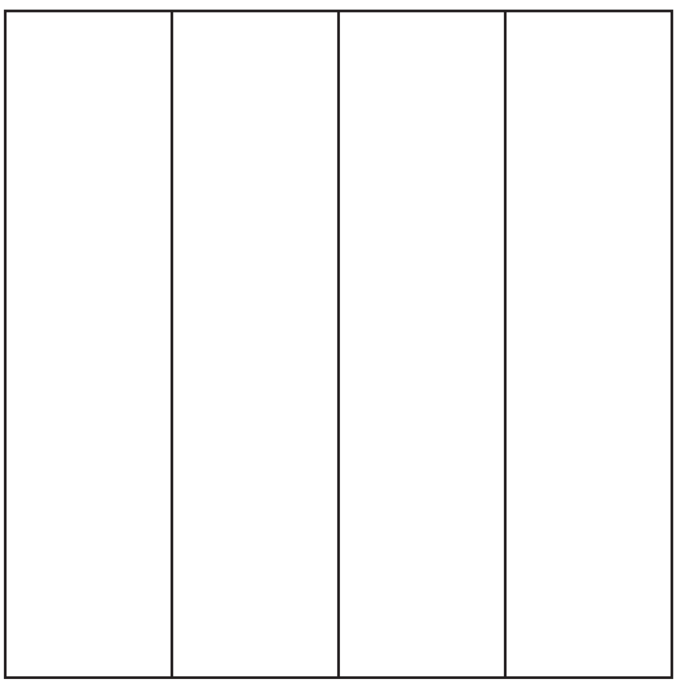
Rompecabezas de Fracciones 1

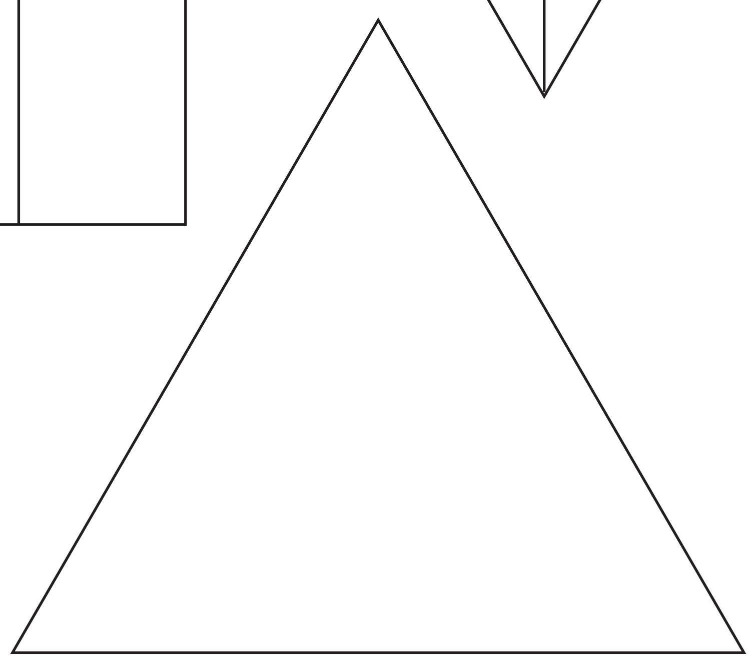


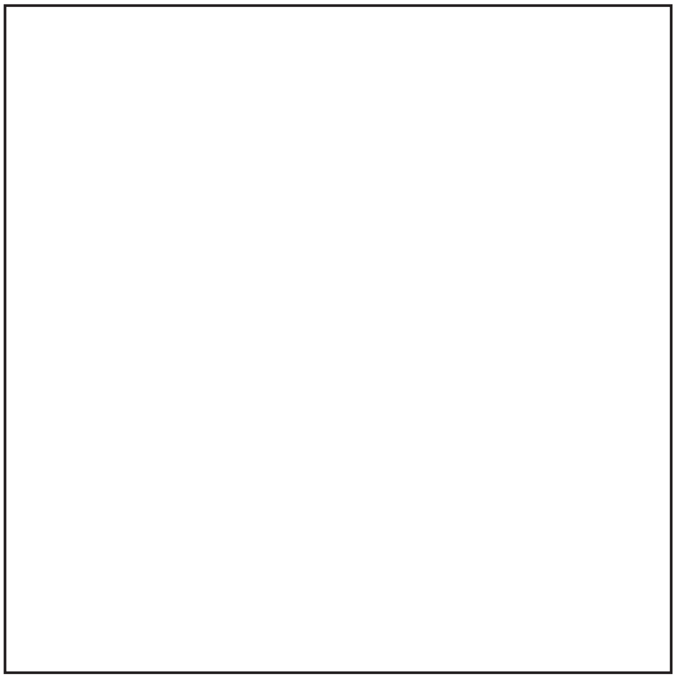


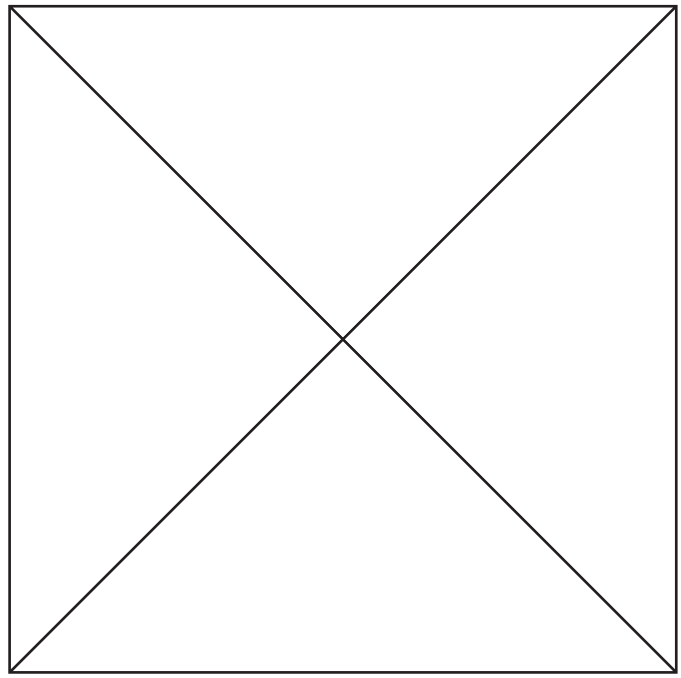
Rompecabezas de Fracciones 3



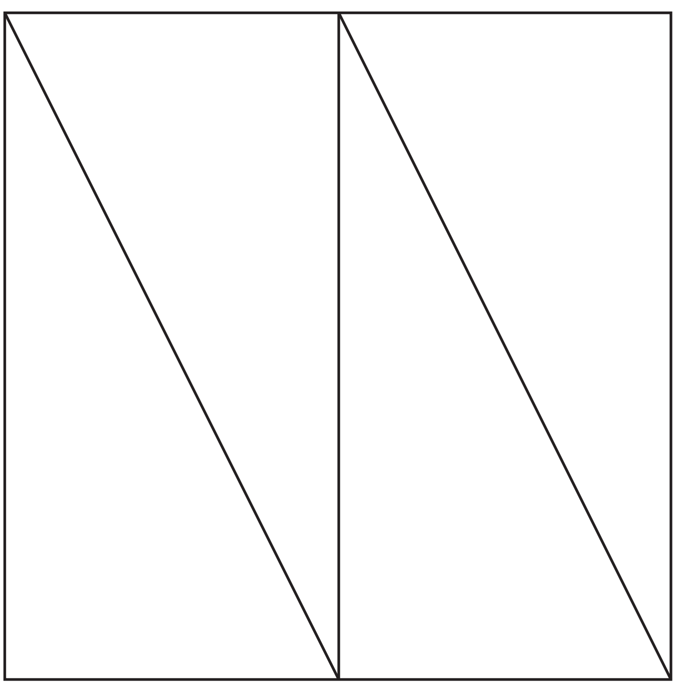


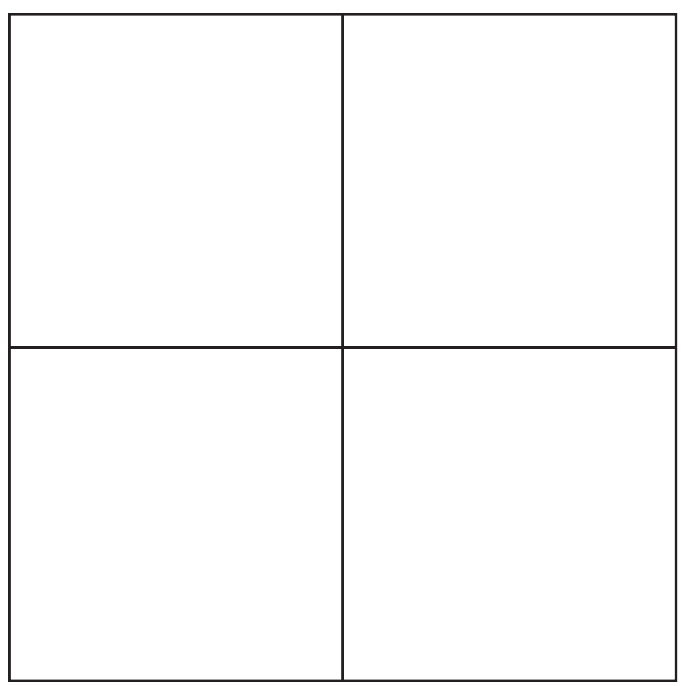




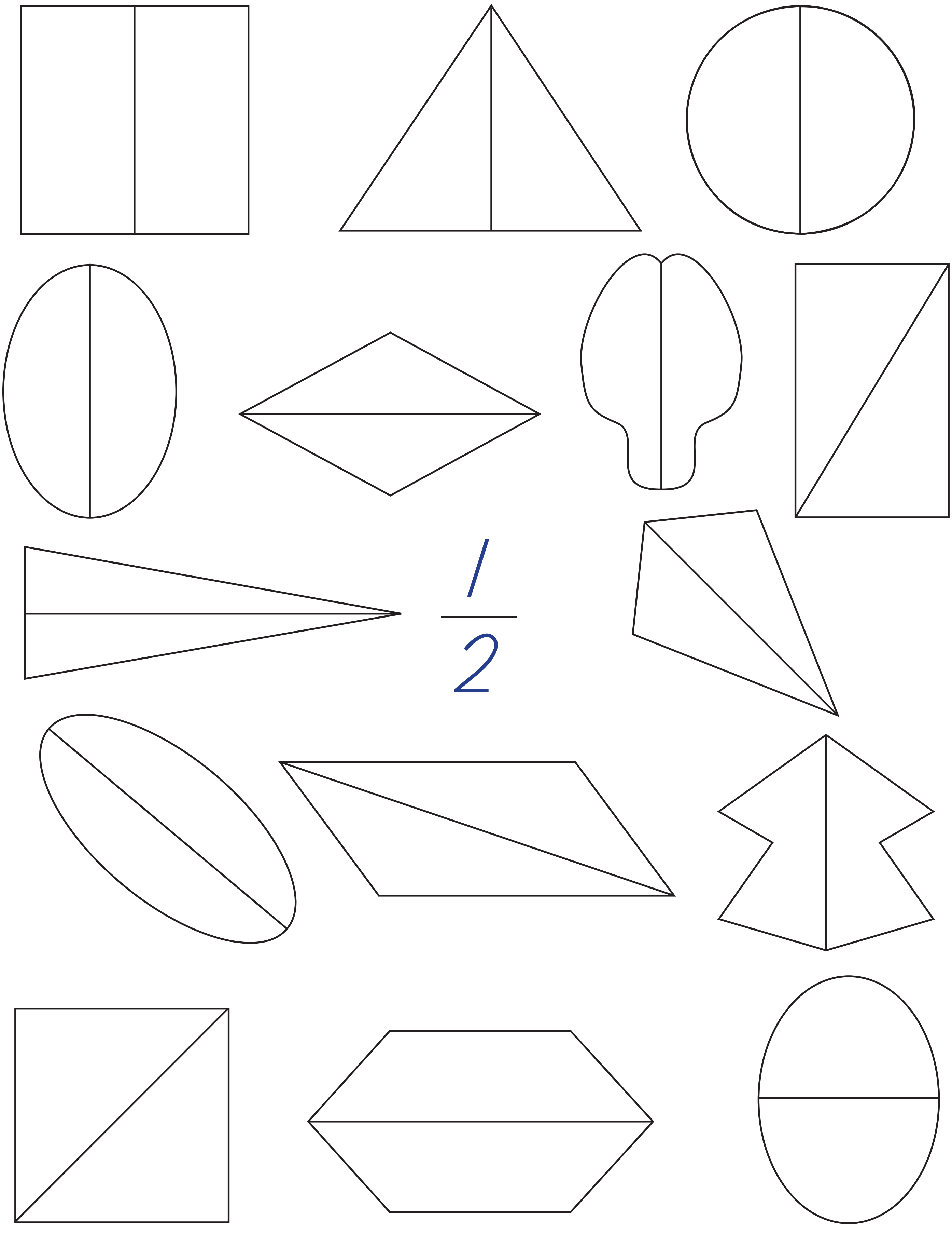


Rompecabezas de Fracciones 4

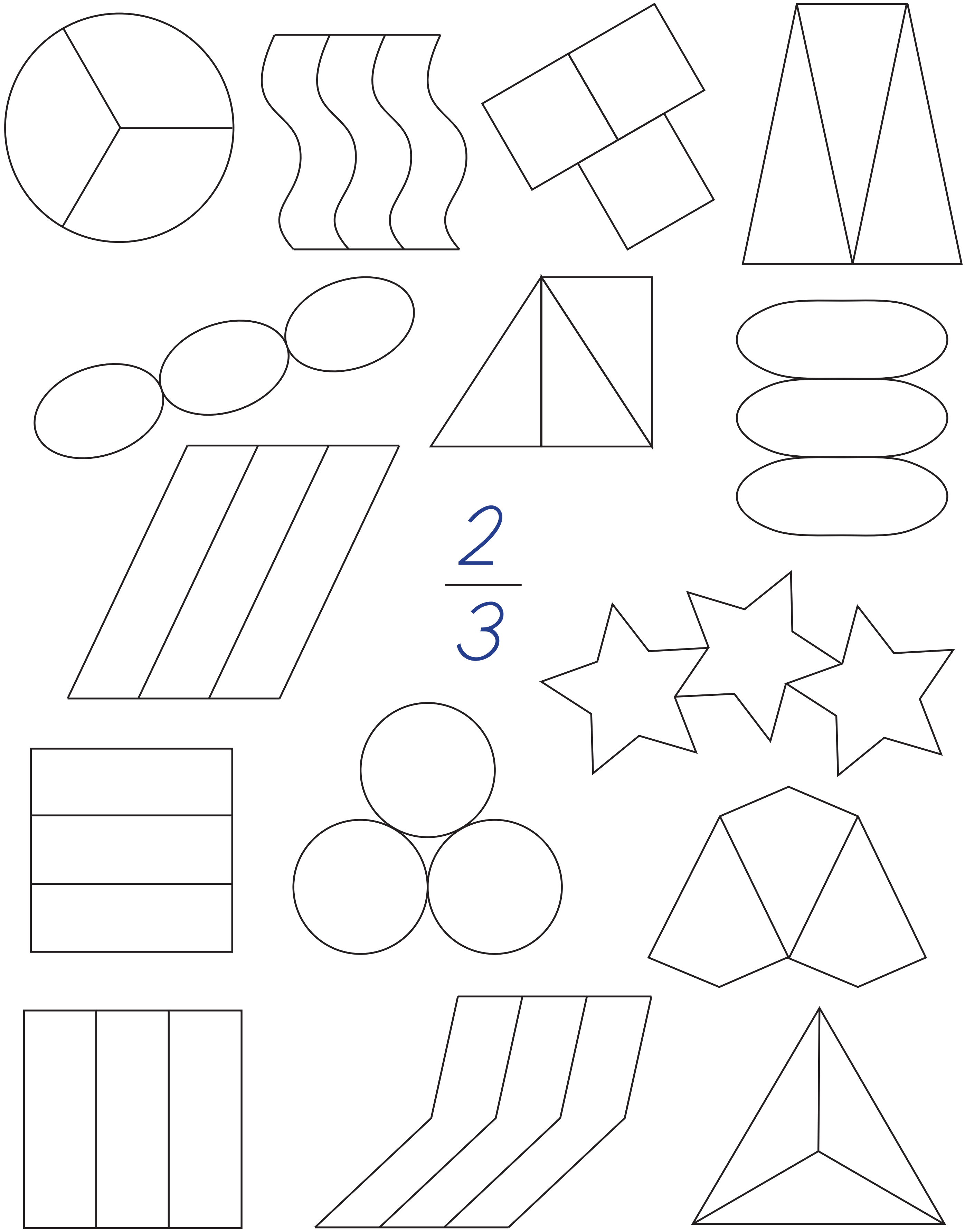




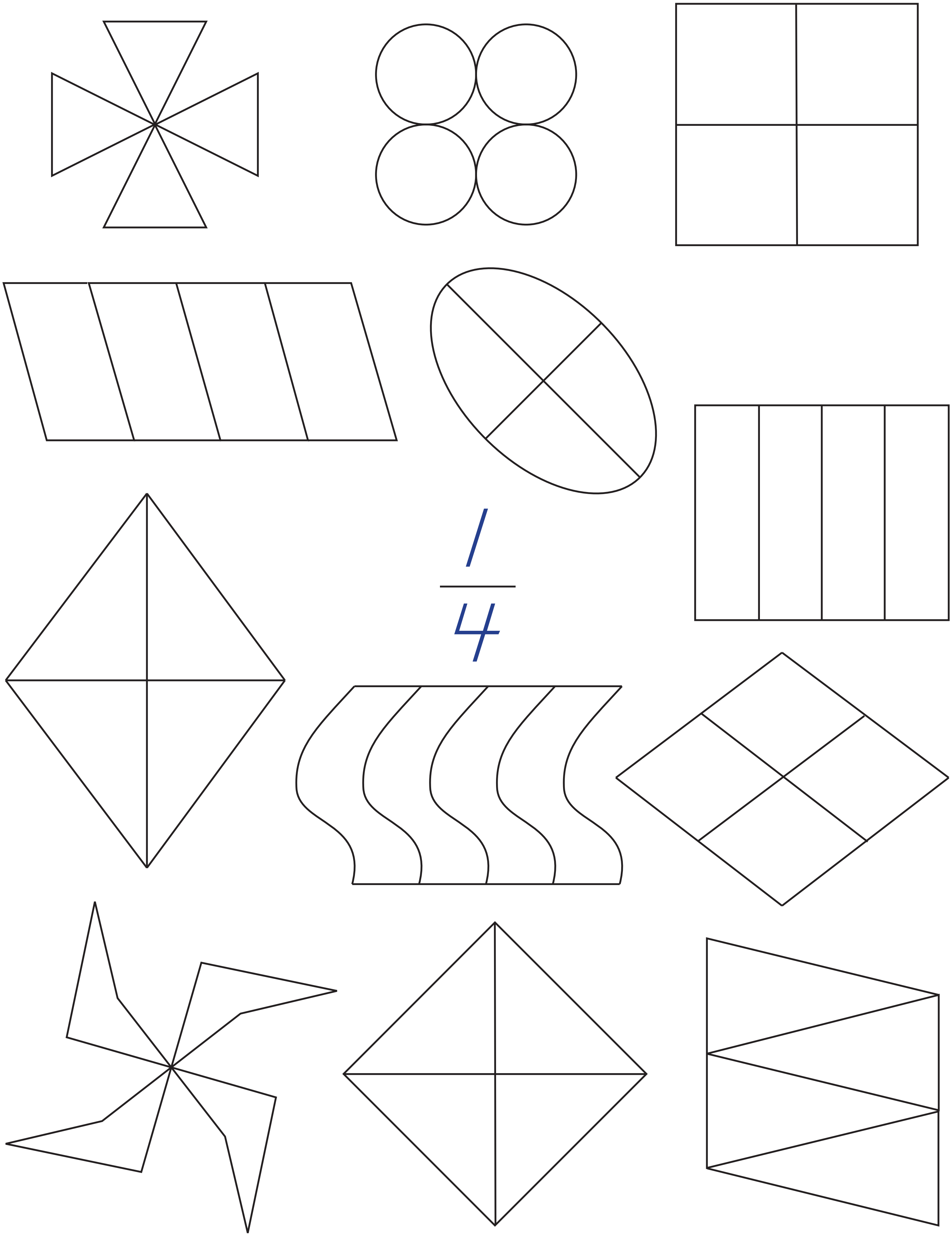
Colorea del color que quieras un medio de cada una de las figuras.



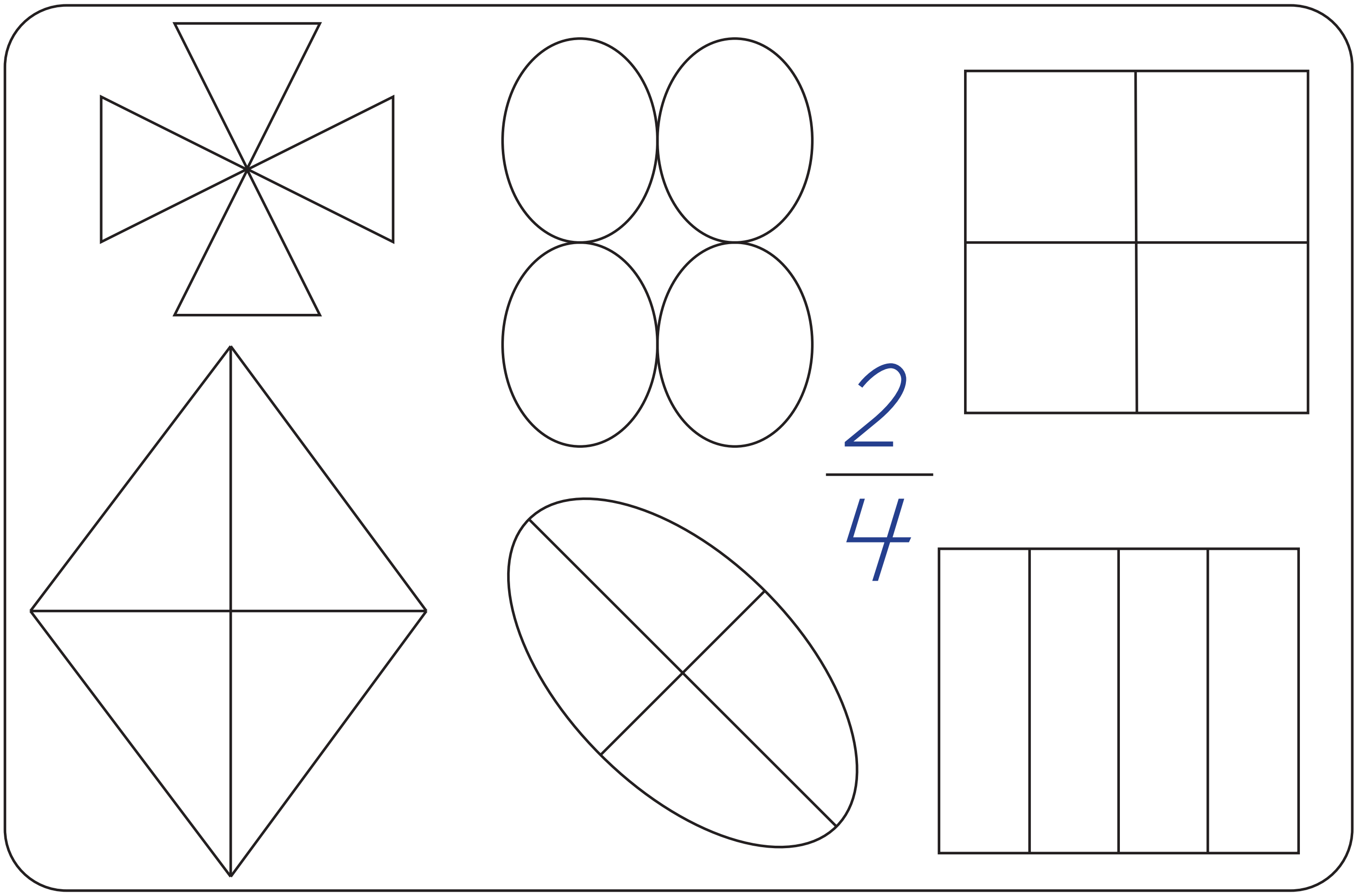
Colorea del color que quieras dos tercio de cada una de las figuras.

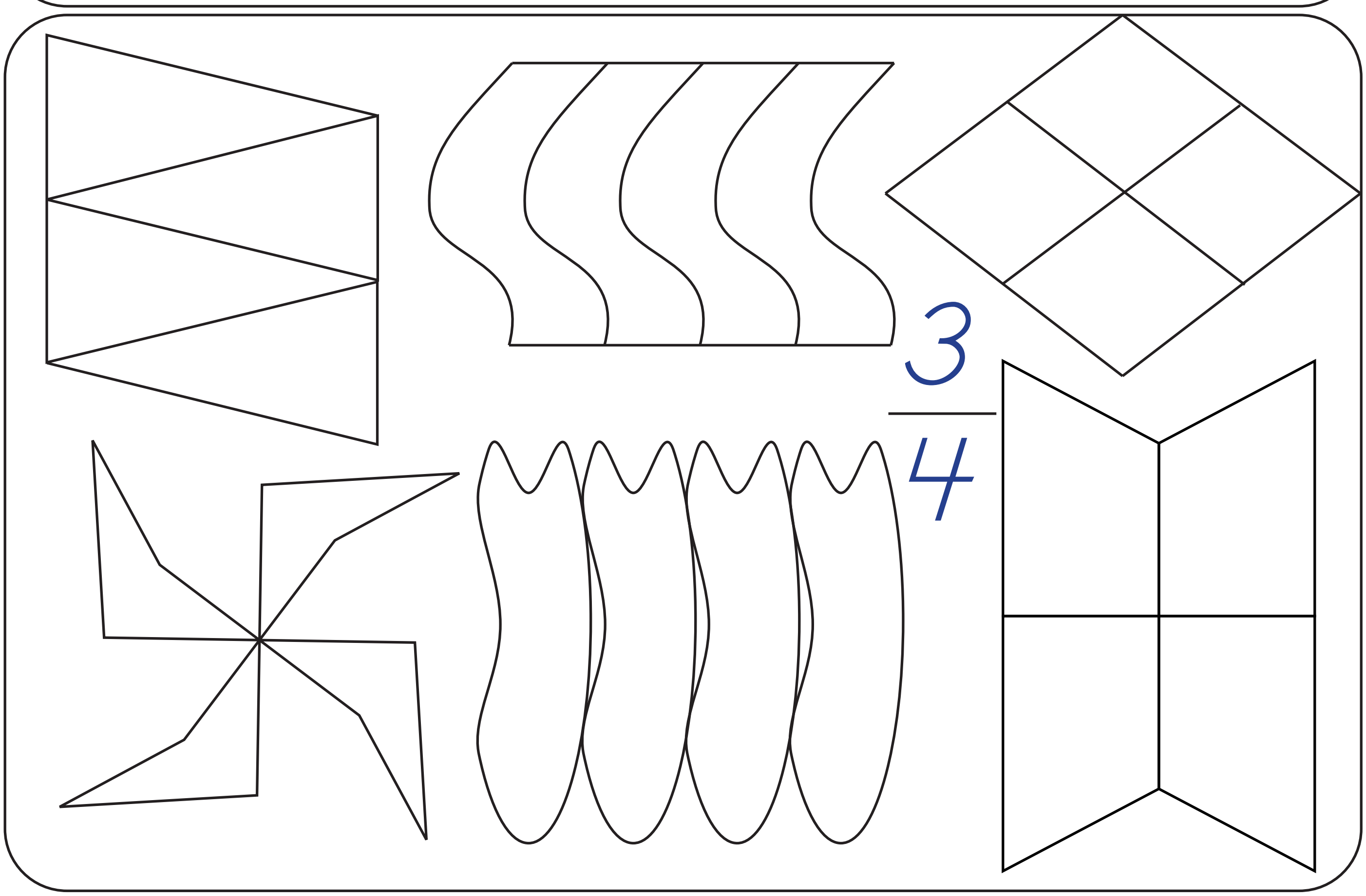


Colorea del color que quieras un cuarto de cada una de las figuras.



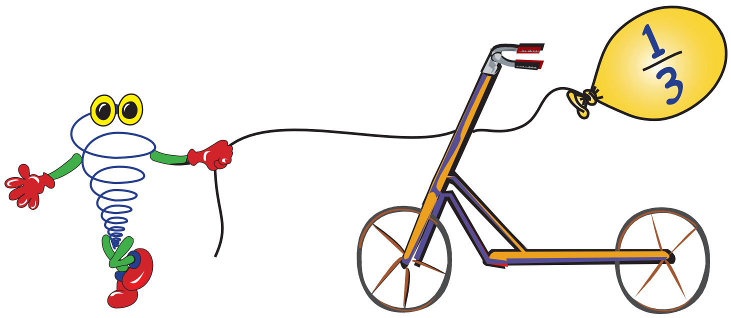
Colorea del color que quieras la fracción que se indica en cada una de las figuras.





Aritmética Segundo Año

MORENO

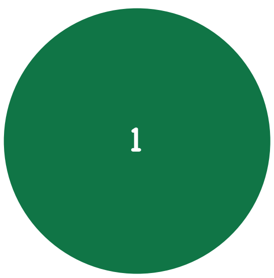


Fracciones

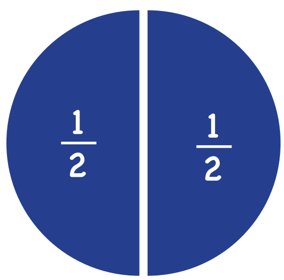
Concepto de Fracciones

Recordemos que una figura geométrica la fraccionamos, es decir, formamos fracciones, cuando la dividimos en partes iguales.

A la figura geométrica completa le llamamos unidad, es decir, 1.

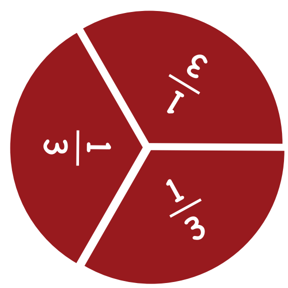


Unidad



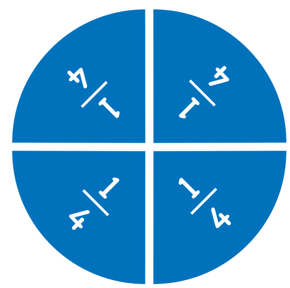
Un Medio

Dividir en dos partes iguales la unidad.



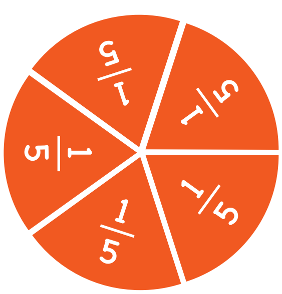
Un Tercio

Dividir en tres partes iguales la unidad.



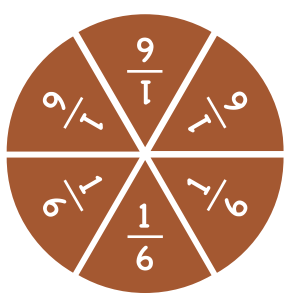
Un Cuarto

Dividir en cuatro partes iguales la unidad.



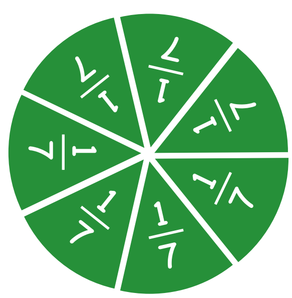
Un Quinto

Dividir en cinco partes iguales la unidad.



Un Sexto

Dividir en seis partes iguales la unidad.



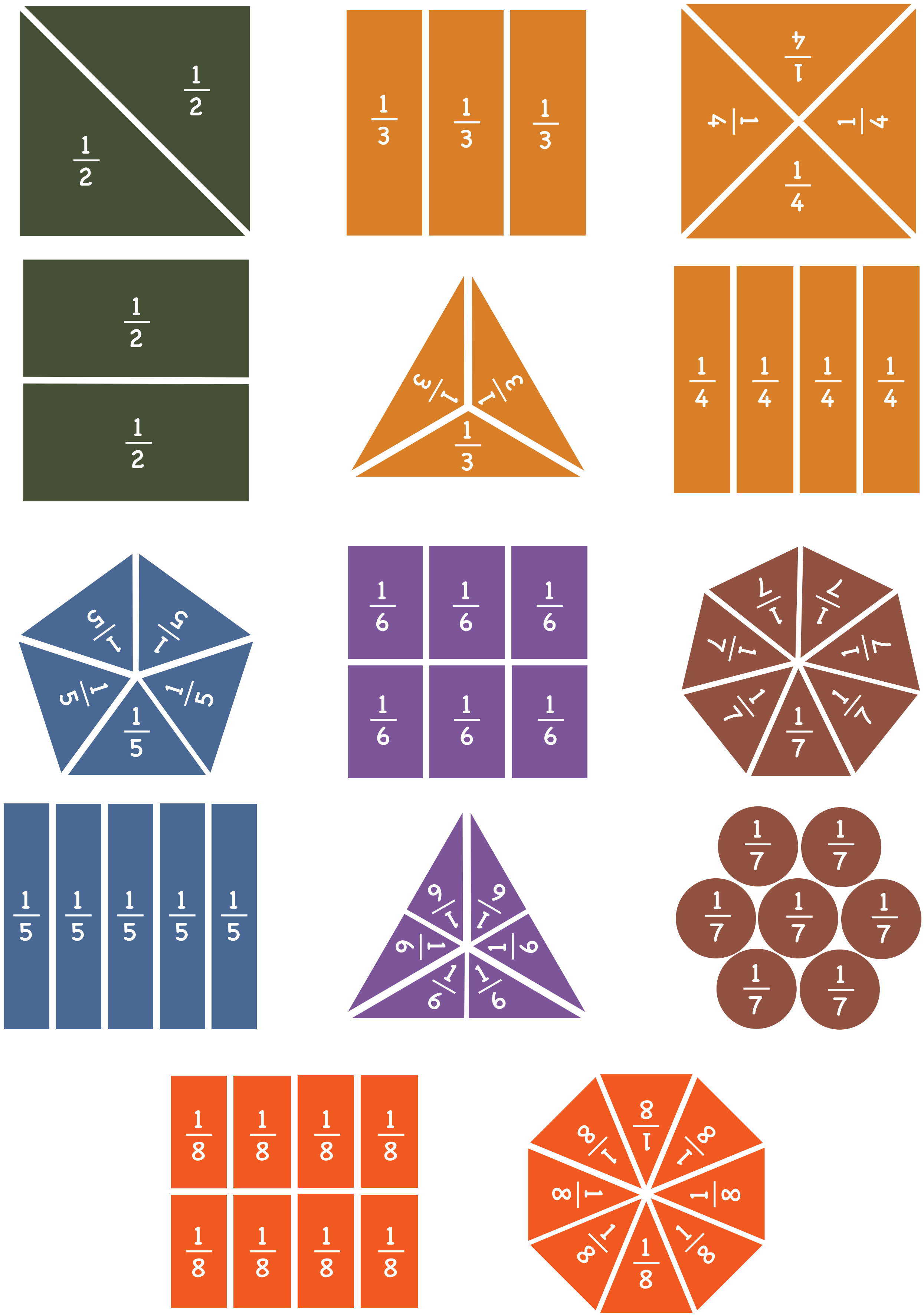
Un Séptimo

Dividir en siete partes iguales la unidad.

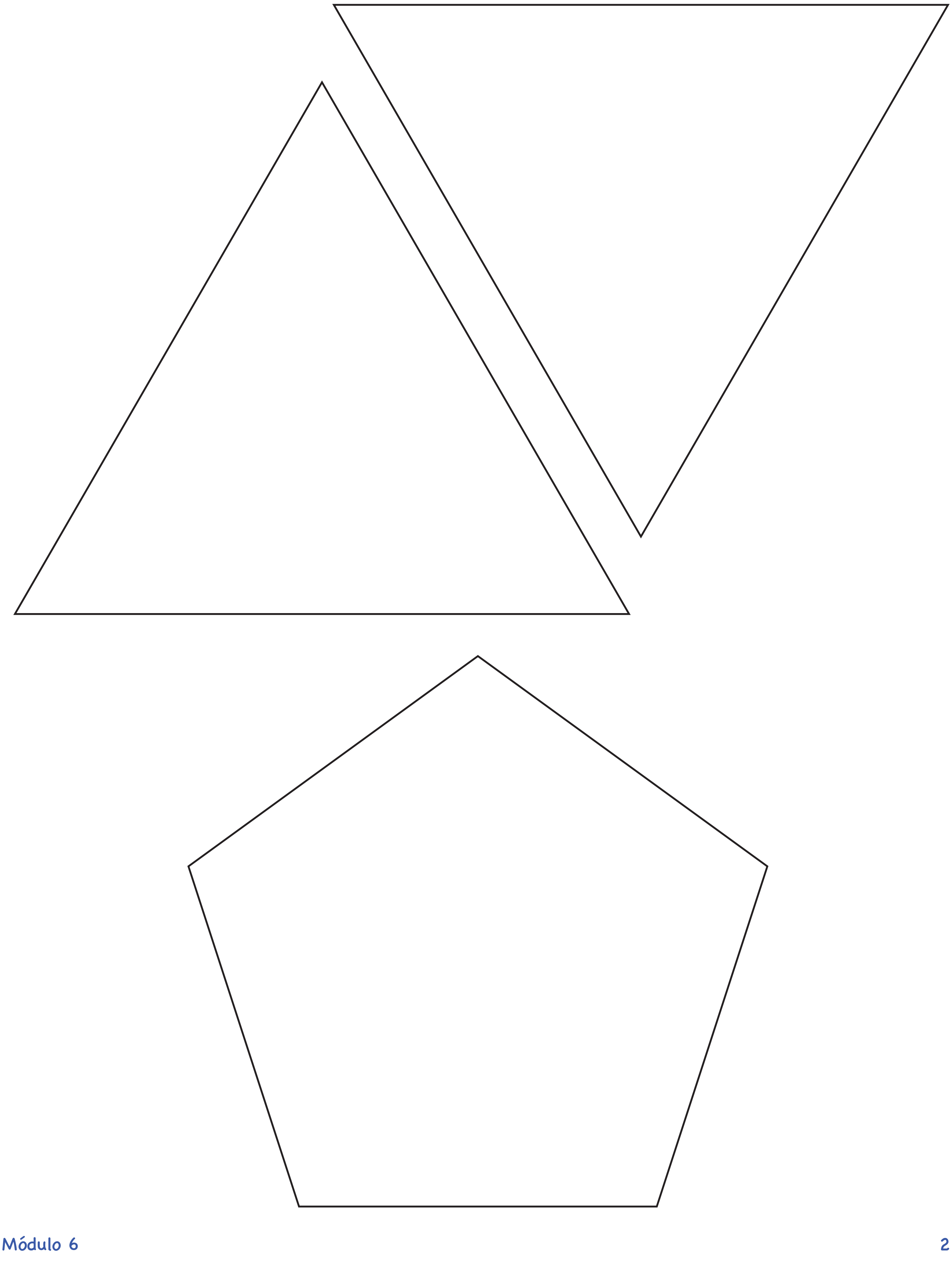
Un Octavo

Dividir en ocho partes iguales la unidad.

Recuerda que no importa la forma en la cual dividimos la unidad para formar una fracción, ya que la única condición es que las partes sean del mismo tamaño y forma.



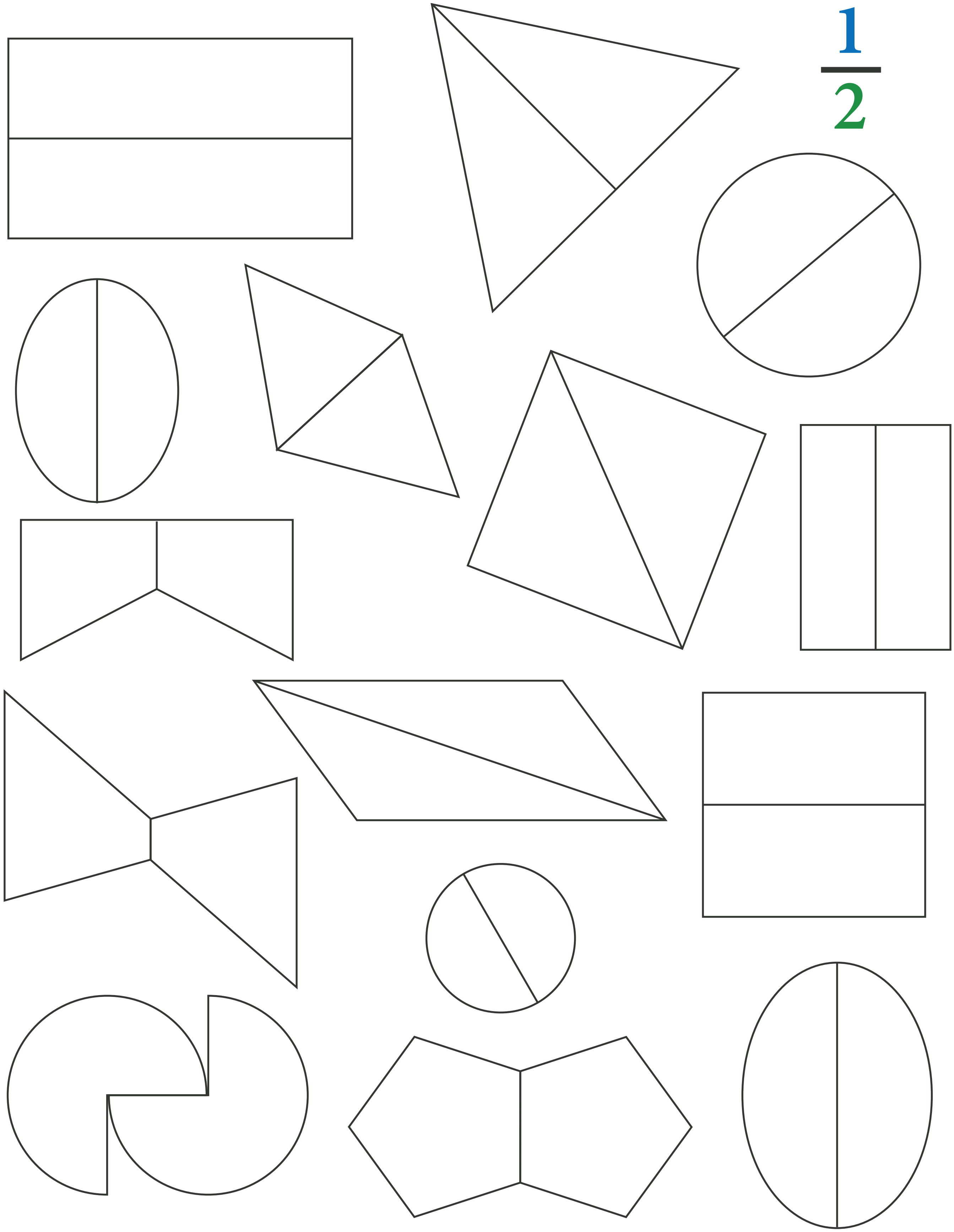
Rompecabezas de Fracciones 4



Medios

Colorea del color que quieras la mitad de cada una de las figuras.

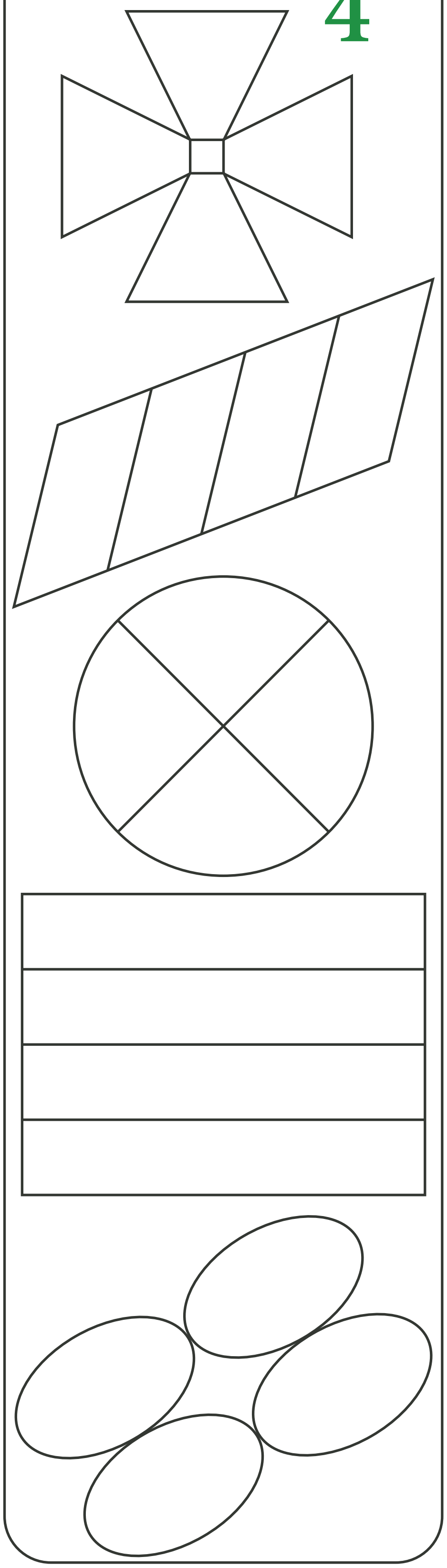
$$\frac{1}{2}$$



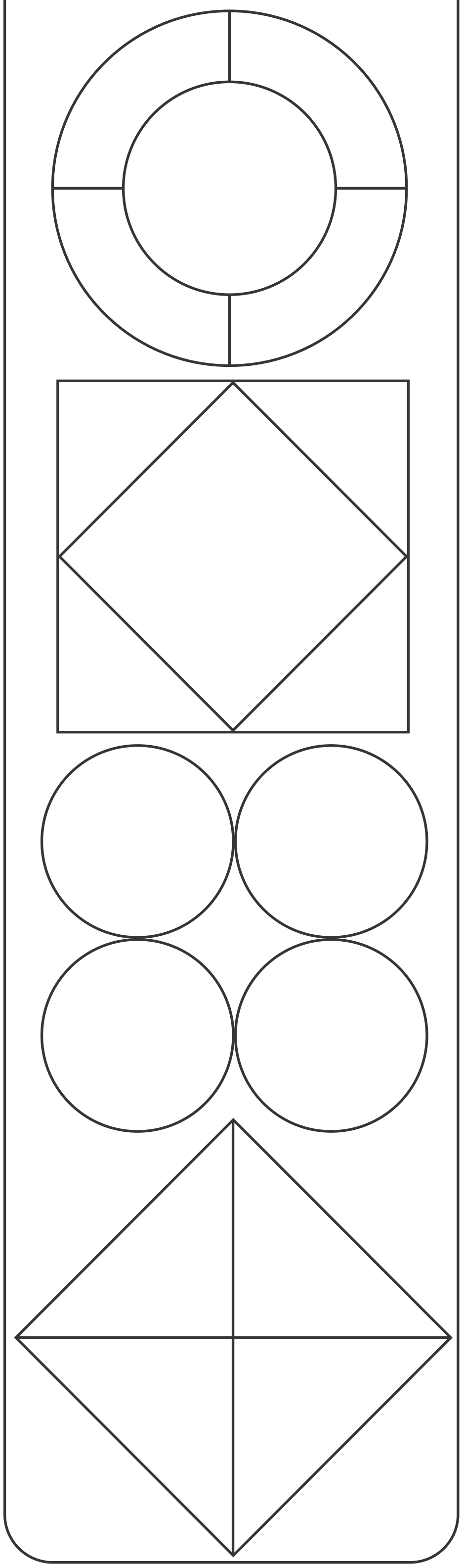
Cuartos

Colorea del color que quieras las fracciones que se indican en las figuras.

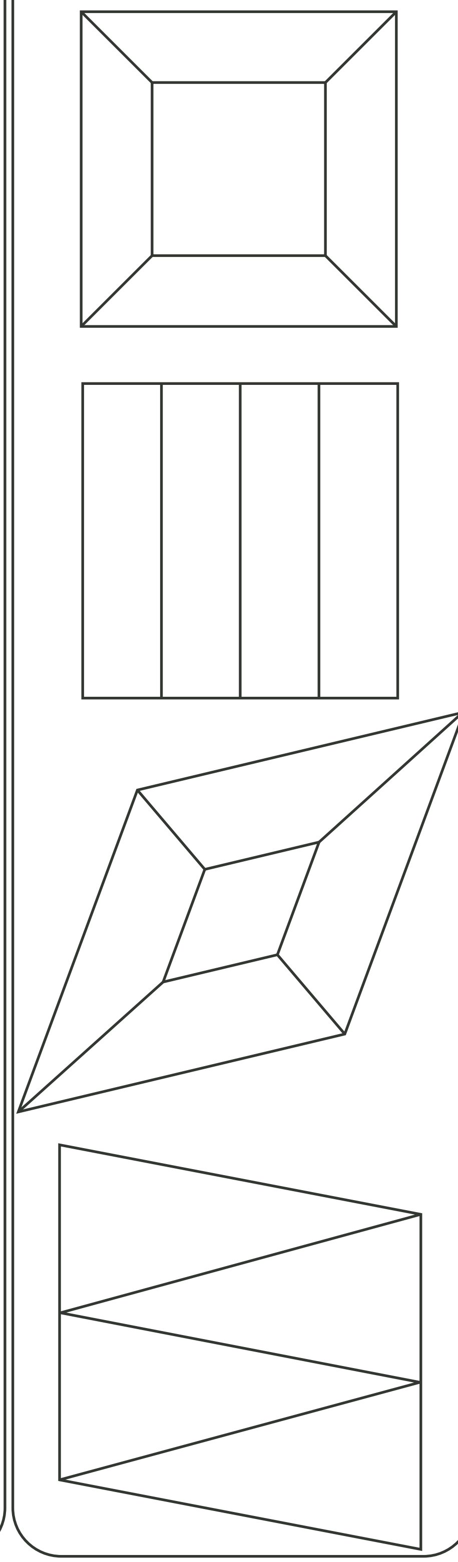
$\frac{1}{4}$



$\frac{2}{4}$

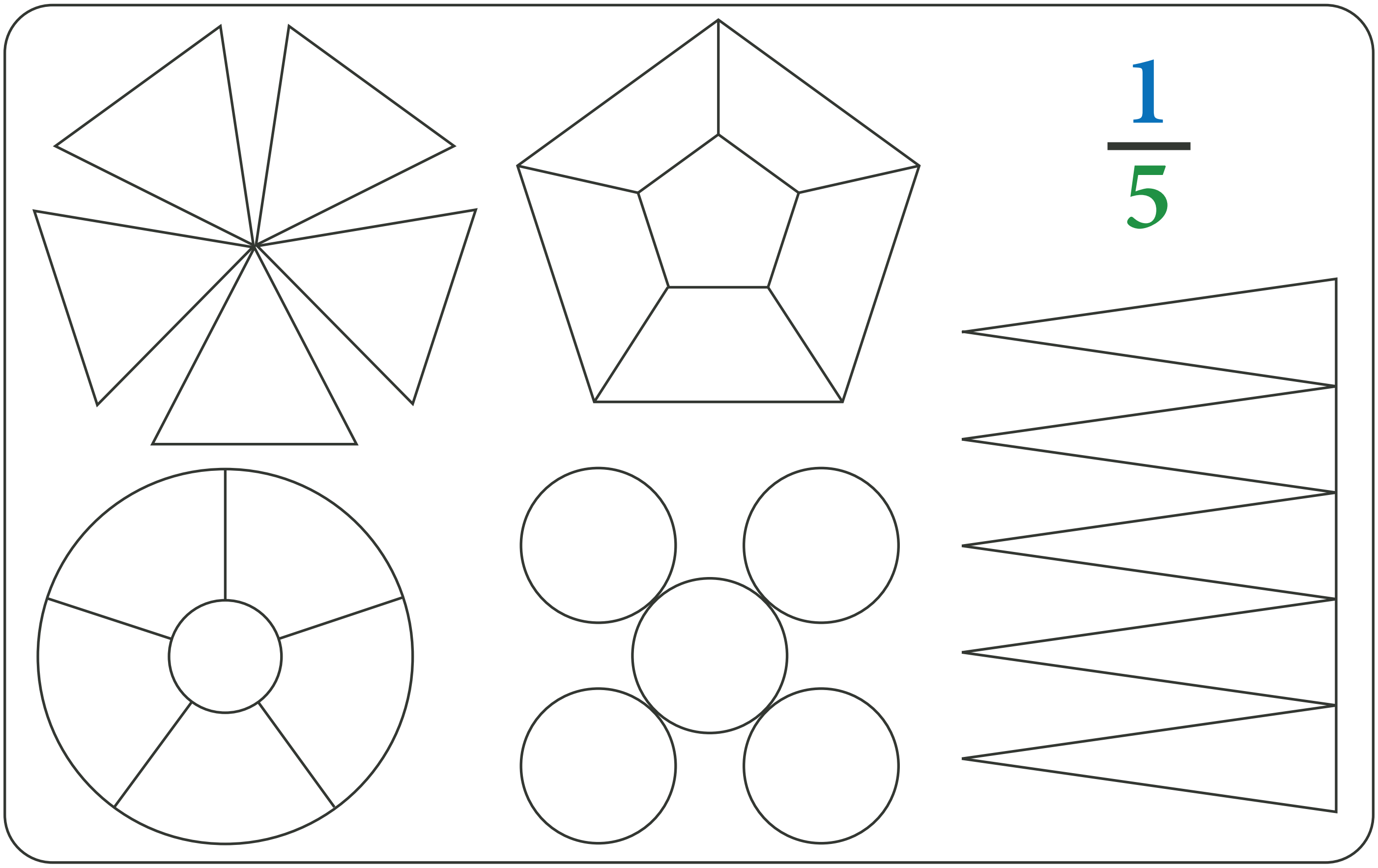


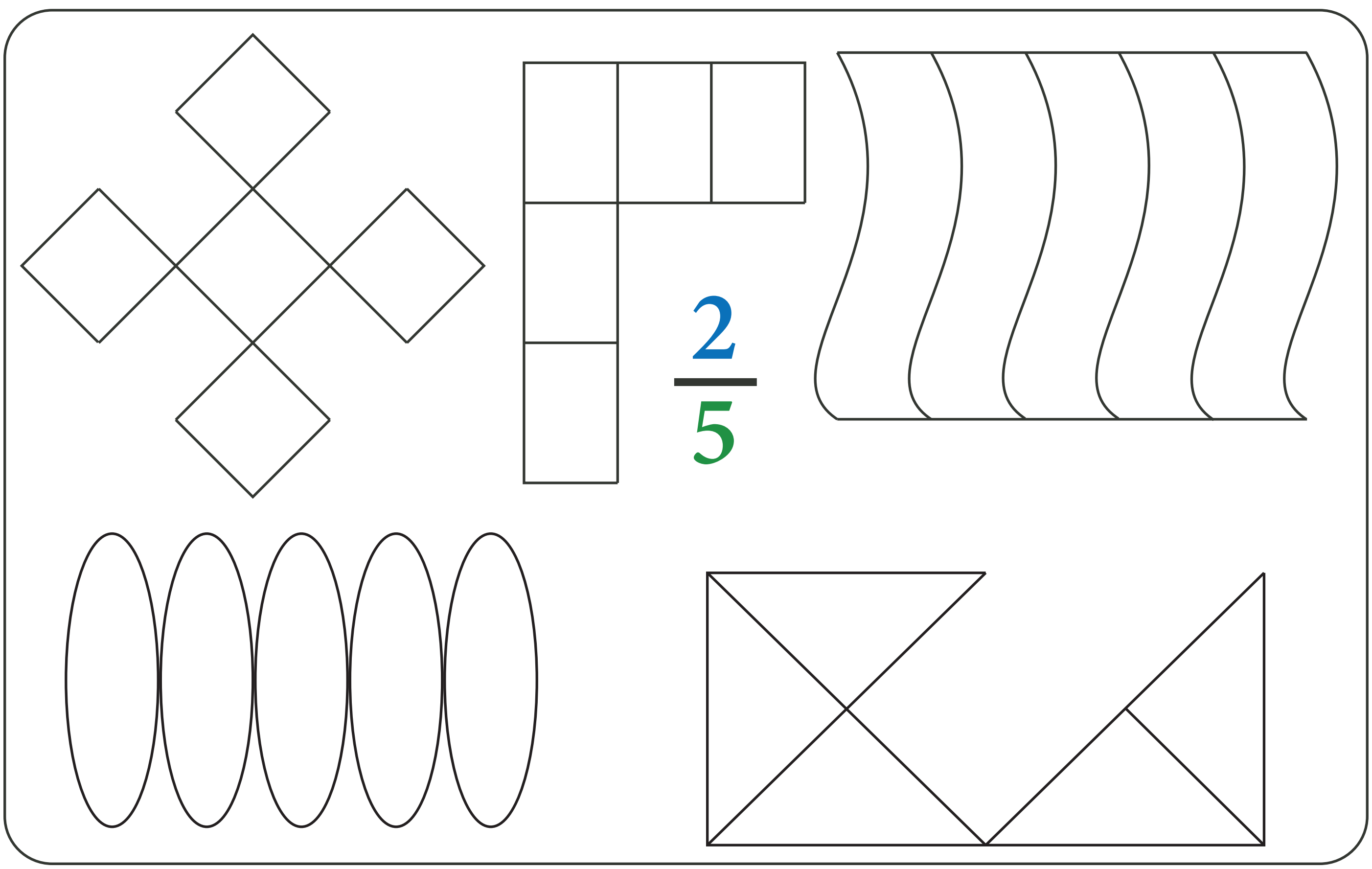
$\frac{3}{4}$



Quintos

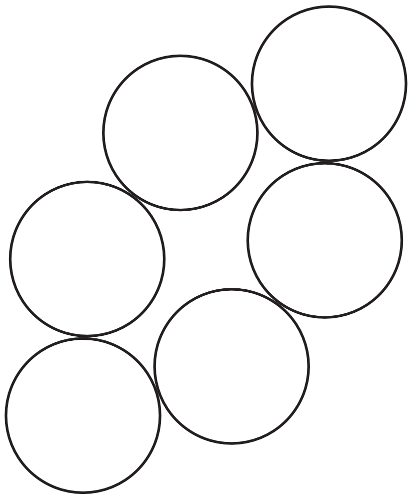
Colorea del color que quieras las fracciones que se indican en las figuras.

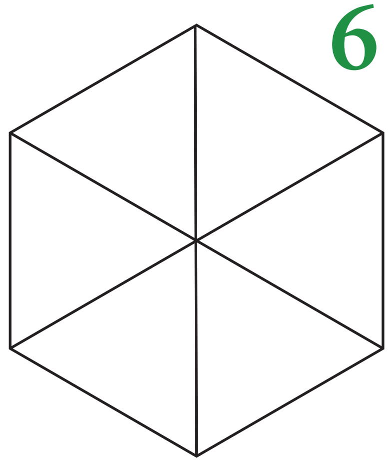




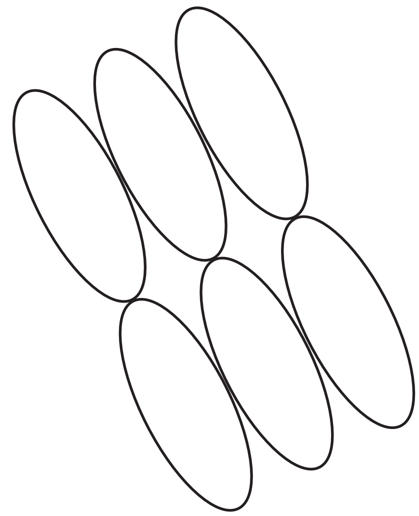
Sextos

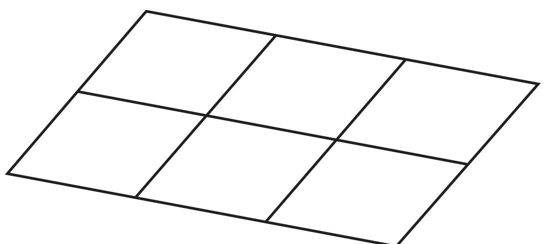
Colorea del color que quieras las fracciones que se indican en las figuras.



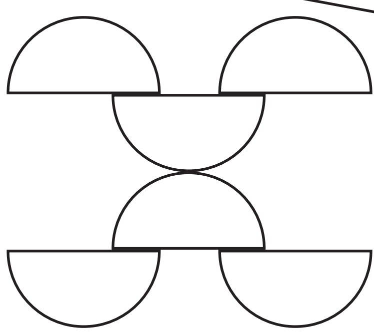


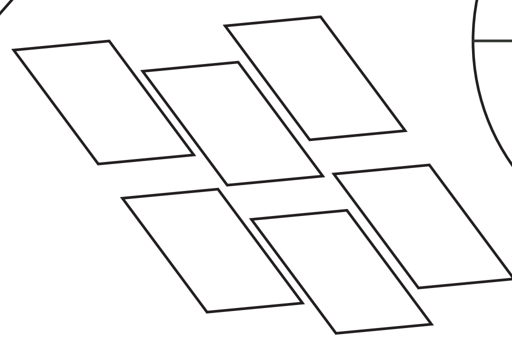
$$\frac{1}{6}$$

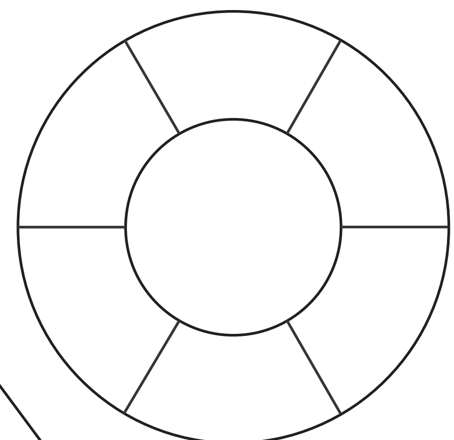




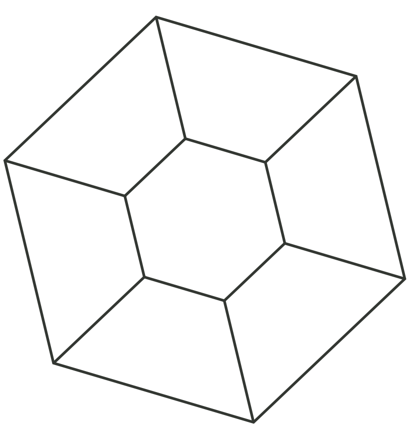
$$\frac{2}{6}$$

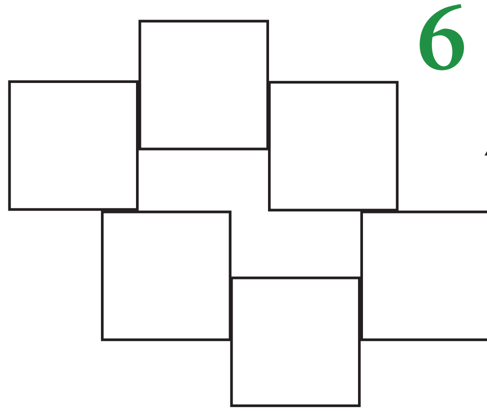


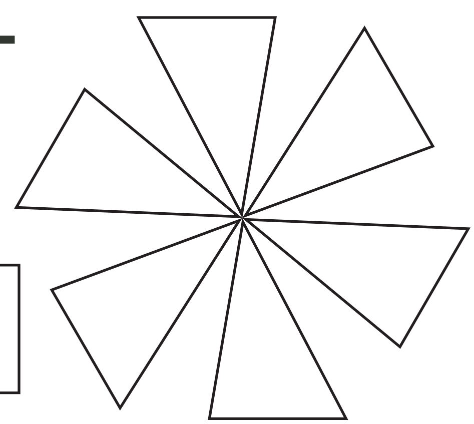




$$\frac{3}{6}$$

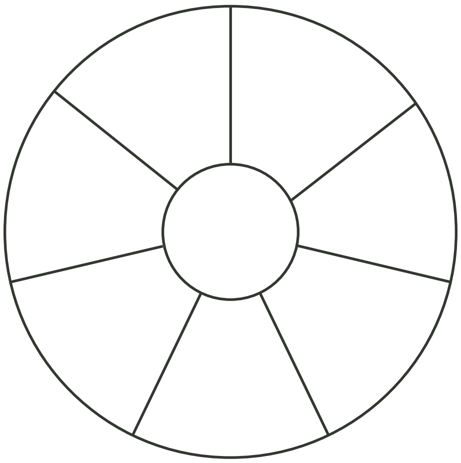
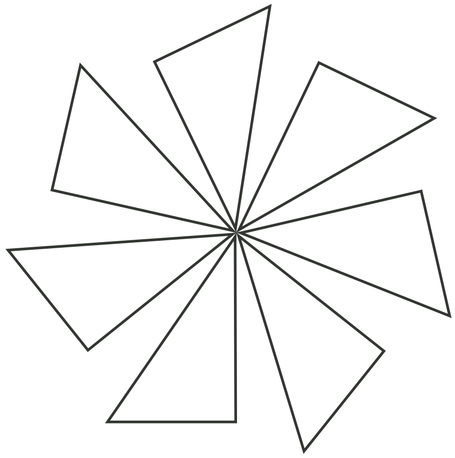




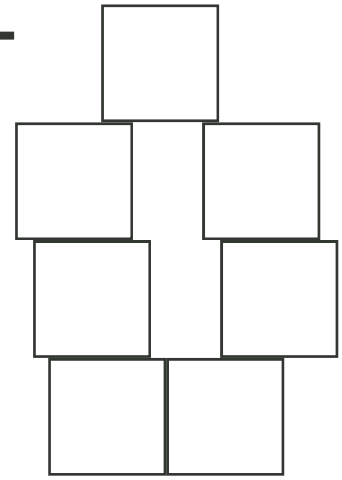


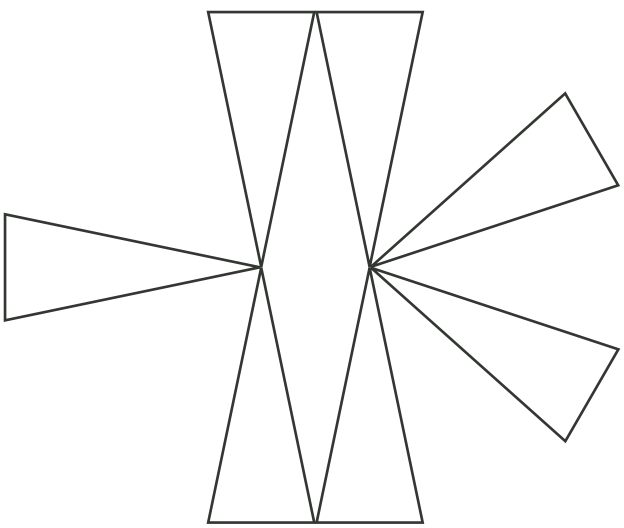
Séptimos

Colorea del color que quieras las fracciones que se indican en las figuras.

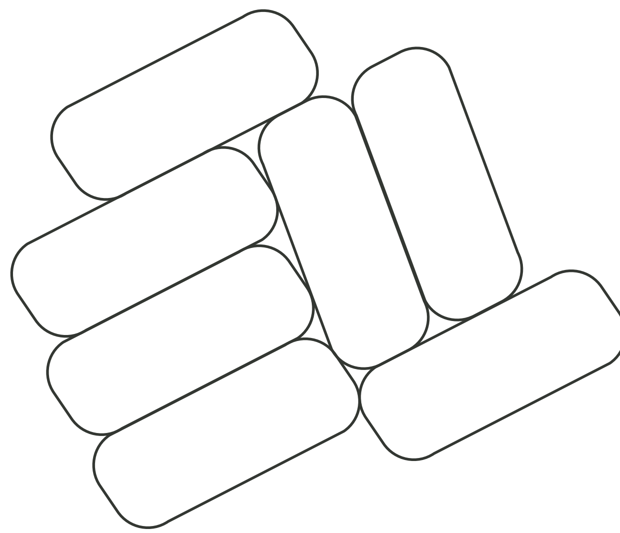



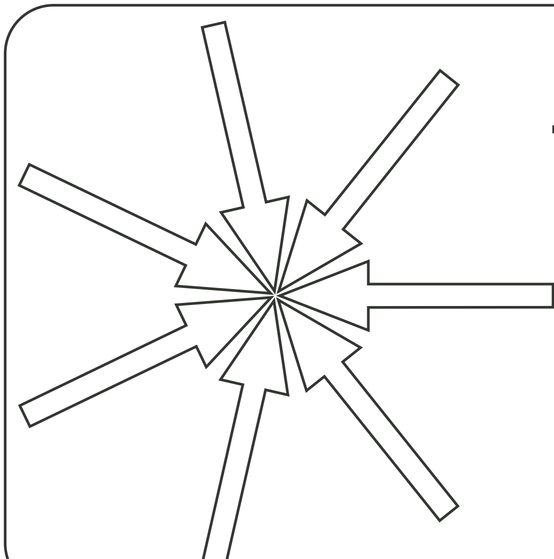
$\frac{4}{7}$



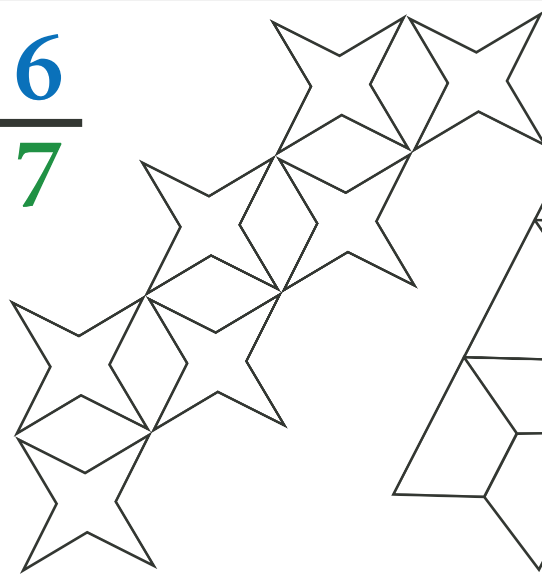
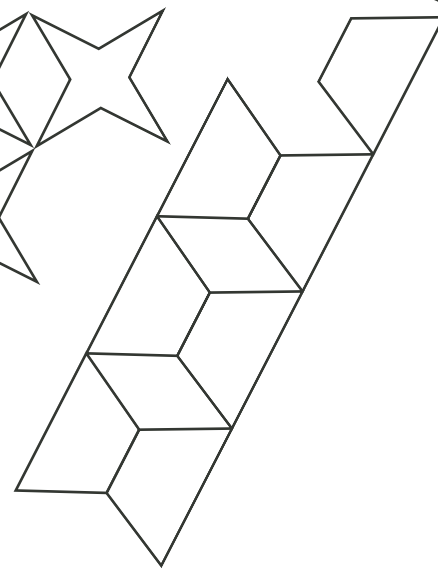


$\frac{5}{7}$



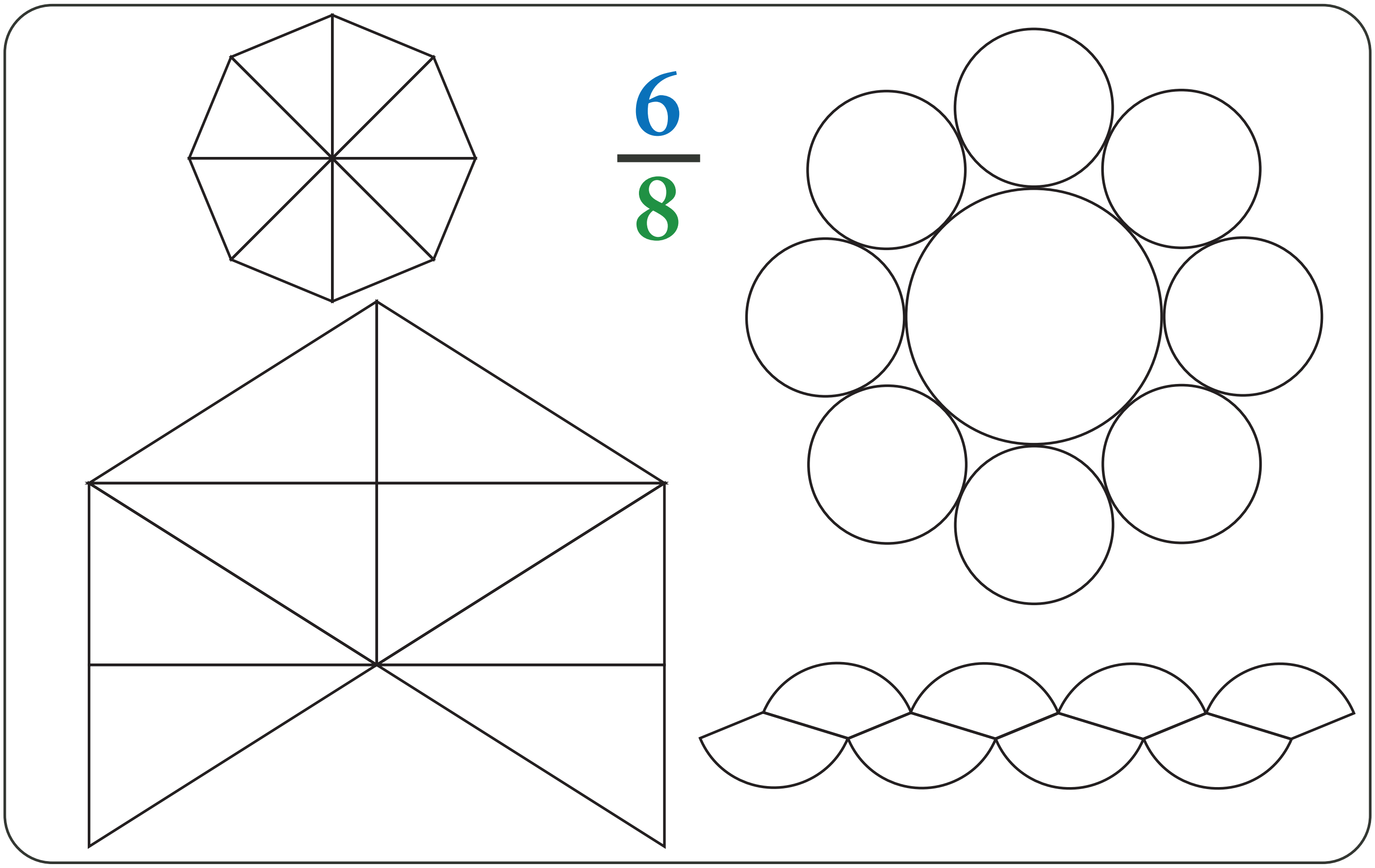


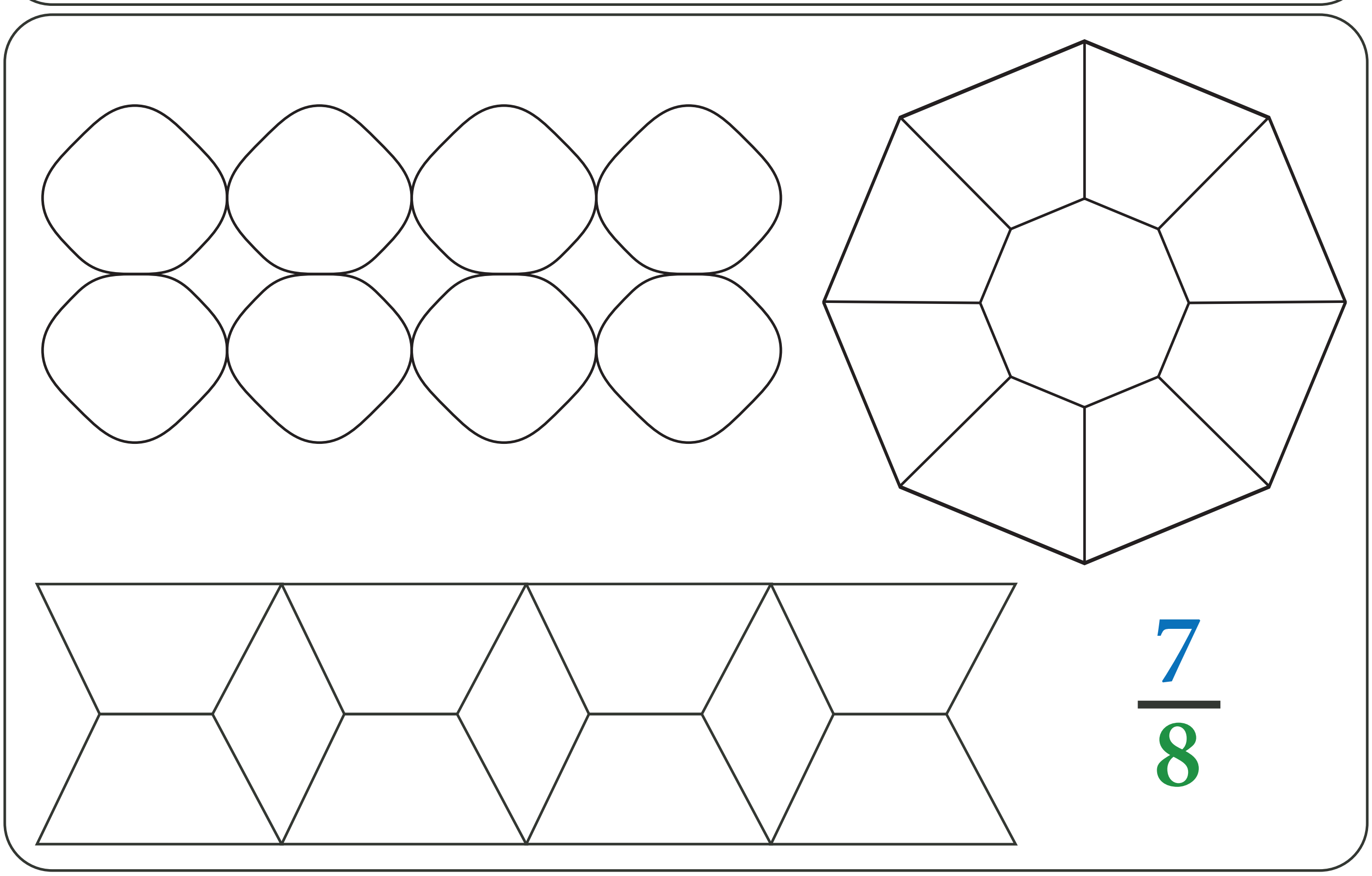
$\frac{6}{7}$

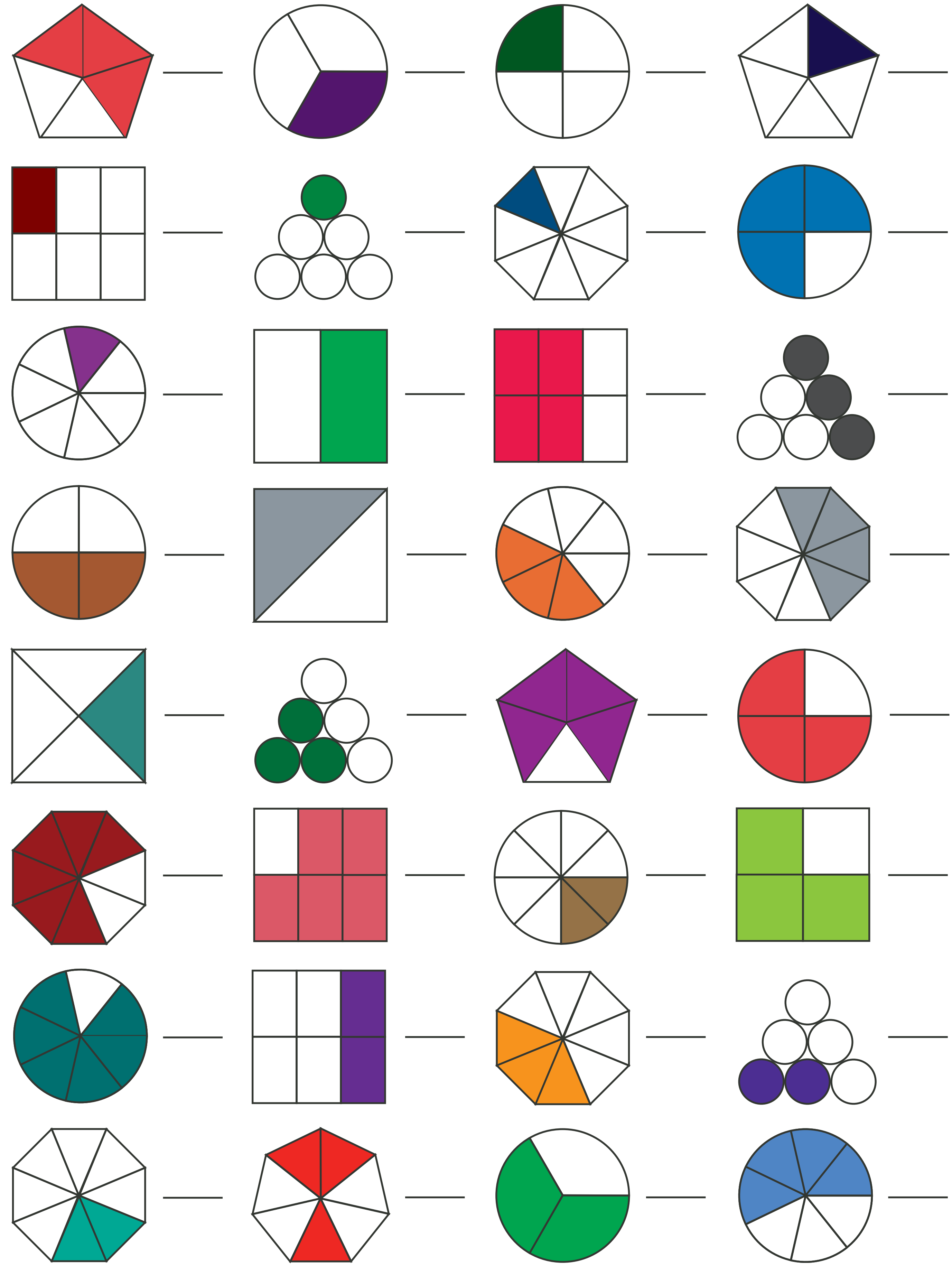
Octavos

Colorea del color que quieras las fracciones que se indican en las figuras.

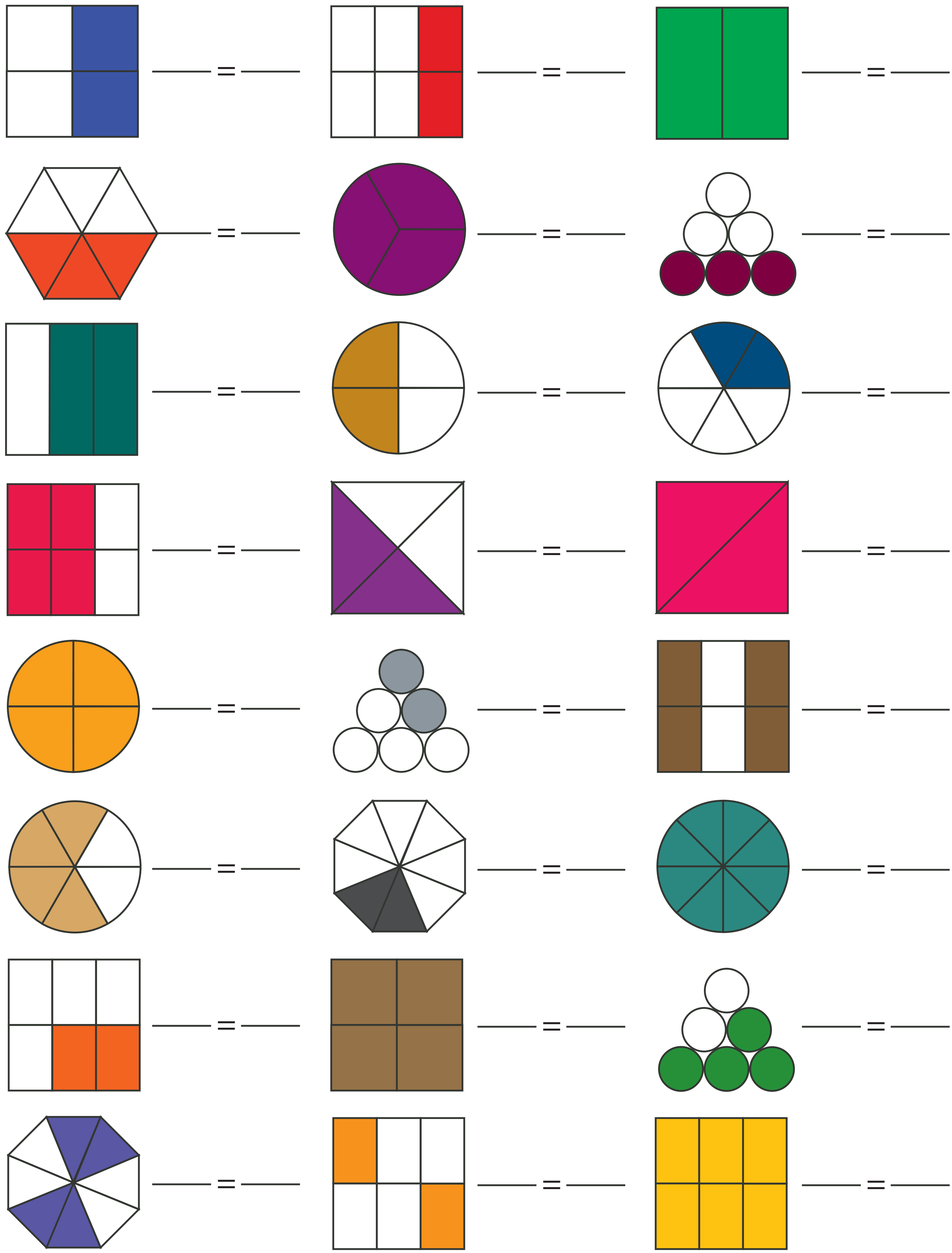




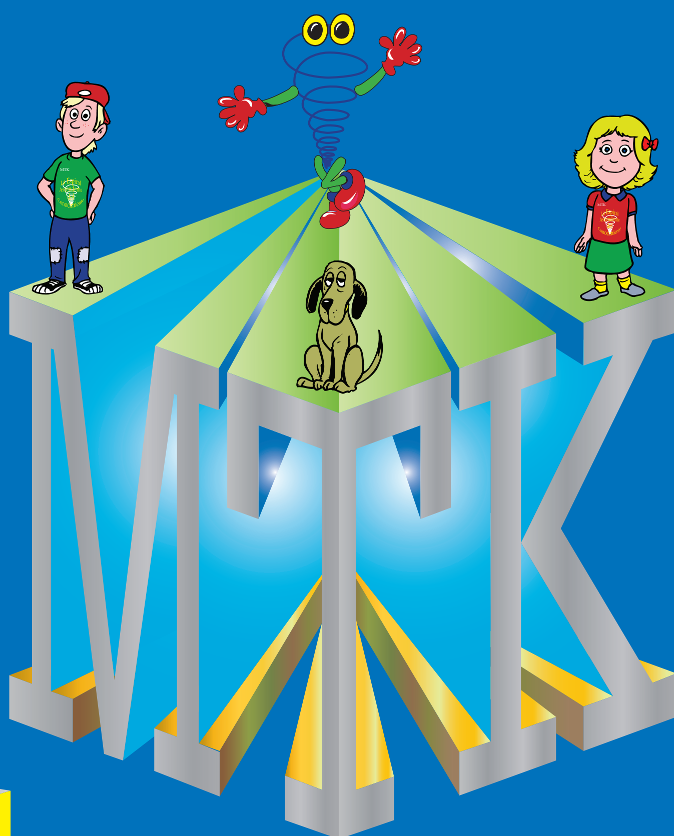
Escribe frente a cada una de las fracciones el valor que representa.



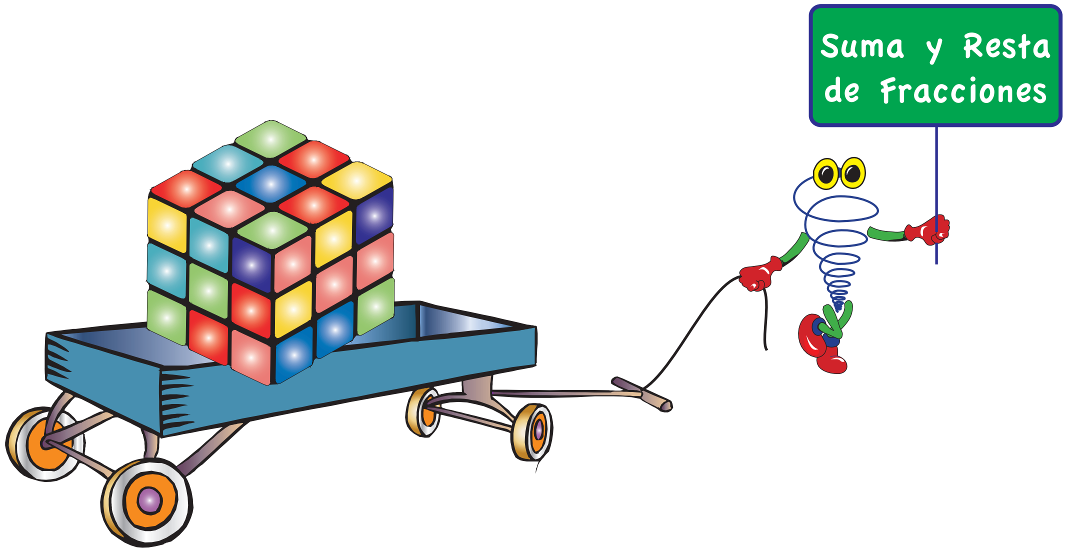
Escribe de dos formas diferentes el valor que representan las fracciones.



Aritmética
Tercer Año



MORENO



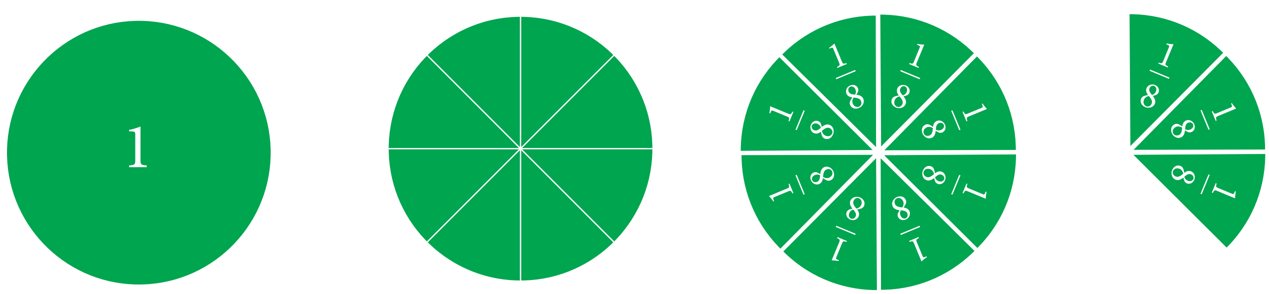
Suma y Resta de Fracciones

Concepto

Los números fraccionarios están compuestos del numerador y el denominador.

El numerador indica la cantidad de partes que tomamos y el denominador en cuántas partes dividimos la unidad, es decir, de qué tamaño son las fracciones.

$\frac{3}{8}$ — 3 ← Numerador. 8 ← Denominador.



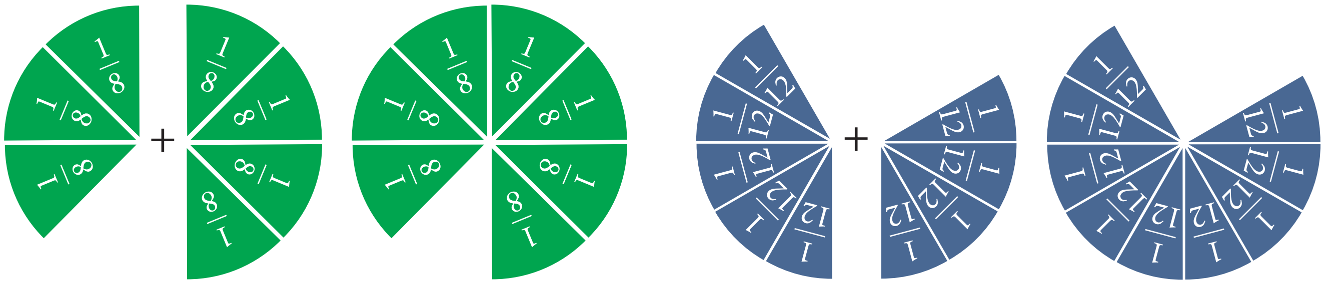
La Unidad — La Dividimos en 8 Partes Iguales — Cada Parte Es de Tamaño $\frac{1}{8}$ — Tomamos 3 Partes y Tenemos $\frac{3}{8}$

Solamente podemos sumar y restar fracciones que son del mismo tamaño, es decir, que tienen el mismo denominador. Cuando todas las fracciones que vamos a sumar o restar tienen el mismo denominador, le llamamos el común denominador.

Ejercicio Con el Material Didáctico.

Recorta las fracciones de la cartulina Suma y Resta de Fracciones del material didáctico.

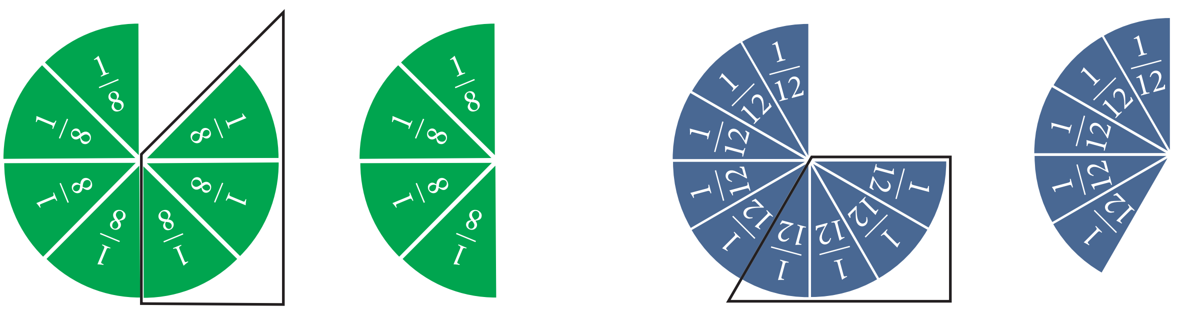
Utiliza las fracciones de tamaño 1/8 y de tamaño 1/12 para realizar la demostración del concepto de la suma y resta de fracciones, como se indica a continuación.



$\frac{3}{8}+\frac{4}{8}$ $\quad\frac{3}{8}+\frac{4}{8}=\frac{7}{8}$ $\quad\frac{5}{12}+\frac{4}{12}$ $\quad\frac{5}{12}+\frac{4}{12}=\frac{9}{12}$

Como hemos demostrado, solamente las fracciones que son del mismo tamaño, o sea, tienen el mismo denominador, lo que quiere decir que tienen un común denominador, se pueden sumar.

Lo mismo sucede para el caso de la resta. Cuando las fracciones tienen un común denominador, es decir, son del mismo tamaño, se pueden restar.



$\frac{7}{8}-\frac{3}{8}$ $\quad\frac{7}{8}-\frac{3}{8}=\frac{4}{8}$ $\quad\frac{9}{12}-\frac{4}{12}$ $\quad\frac{9}{12}-\frac{4}{12}=\frac{5}{12}$

Ejercicio Con el Material Didáctico.

Utilizando las fracciones del material didáctico, efectúa las sumas y restas de fracciones.

$\frac{9}{16}+\frac{6}{16}=$

$\frac{7}{12}+\frac{2}{12}=$

$\frac{5}{8}+\frac{2}{8}=$

$\frac{9}{16}+\frac{4}{16}=$

$\frac{14}{16}-\frac{8}{16}=$

$\frac{11}{12}-\frac{9}{12}=$

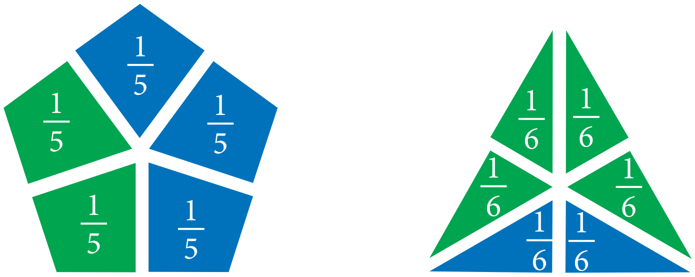
$\frac{7}{8}-\frac{3}{8}=$

$\frac{13}{16}-\frac{5}{16}=$

Fracciones

Clasificación

Las fracciones se clasifican en simples y complejas.



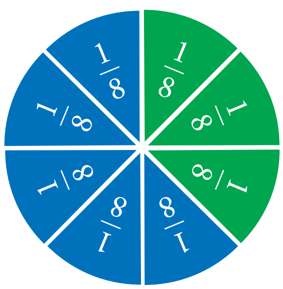
$\frac{3}{5}$ ← Numerador → $\frac{2}{6}$
← Denominador →

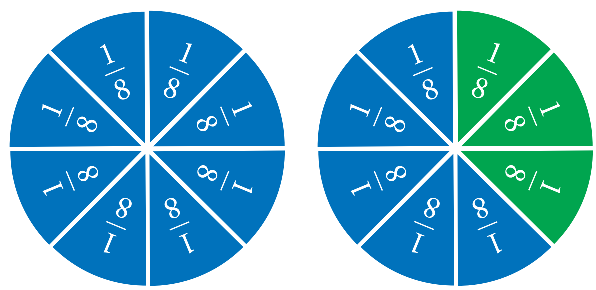
Fracción Simple
Numerador y denominador
son números enteros

Numerador → $\dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{6}}$ ← Denominador

Fracción Compleja
Numerador y denominador
son números fraccionarios

Las fracciones simples se clasifican en propias e impropias.





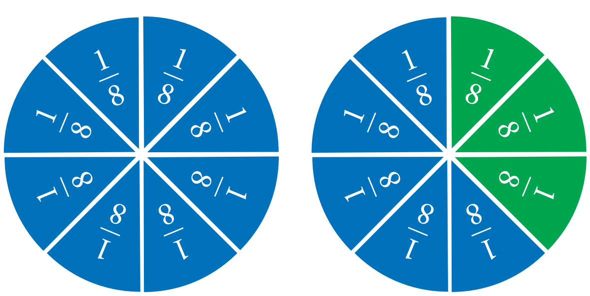
$\frac{5}{8}$ ← Numerador
← Denominador

Fracción Propia
El numerador es menor
que el denominador

Numerador → $\frac{13}{8}$
Denominador →

Fracción Impropia
El numerador es mayor
que el denominador

Las fracciones impropias se expresan en notación mixta, y se llaman fracciones mixtas.



$\frac{8}{8} = 1$ ← Un Entero $\frac{5}{8}$ ← Fracción Propia

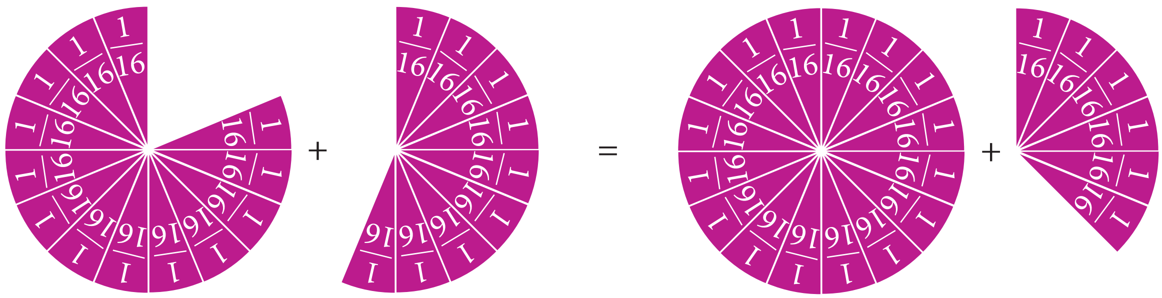
Entero Fracción

$$\frac{13}{8} = \frac{8}{8} + \frac{5}{8} = 1 + \frac{5}{8} = 1\,\frac{5}{8}$$

Fracción Mixta

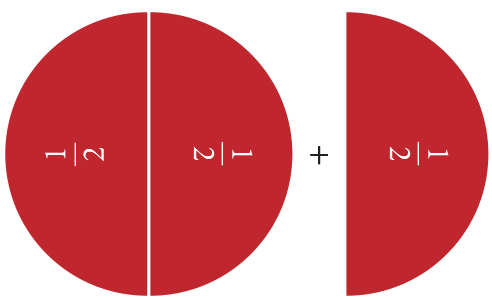
Ejercicio Con el Material Didáctico.

Con la ayuda de las fracciones del material didáctico, efectúa la demostración de la notación de fracción mixta, que se muestra a continuación.

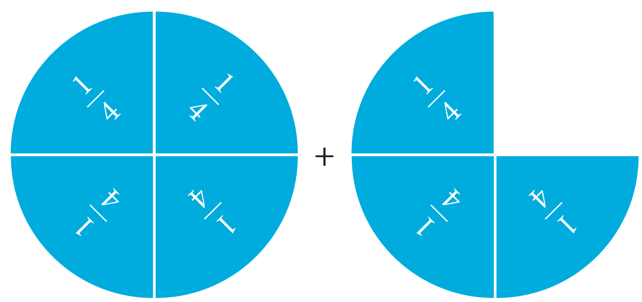


$$\frac{13}{16}+\frac{9}{16} \qquad \frac{13}{16}+\frac{9}{16}=\frac{22}{16}=\frac{16}{16}+\frac{6}{16}=1+\frac{6}{16}=1\frac{6}{16}$$

En matemáticas siempre utilizamos la notación más compacta posible, por eso, al expresar una fracción en notación mixta no usamos el símbolo de más, sin embargo, sabemos que es una suma.



$$\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$$



$$\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=1+\frac{3}{4}=1\frac{3}{4}$$

Expresa en la notación lo más compacta posible, las fracciones.

$1+\frac{5}{12}=$	$1+\frac{7}{16}=$	$1+\frac{2}{13}=$
$2+\frac{6}{15}=$	$3+\frac{6}{21}=$	$1+\frac{3}{4}=$
$1+\frac{12}{27}=$	$2+\frac{6}{8}=$	$4+\frac{10}{16}=$
$3+\frac{9}{19}=$	$1+\frac{3}{24}=$	$2+\frac{11}{12}=$

El denominador indica el número de partes en las cuales hemos dividido la unidad. El numerador representa el número de partes que tomamos. Por lo tanto, cuando el numerador y el denominador son iguales, sabemos que la fracción representa una unidad.

$$\frac{15}{15} = 1 \qquad \frac{7}{7} = 1$$

$$\frac{5}{5} = 1 \qquad \frac{12}{12} = 1$$

$$\frac{21}{21} = 1 \qquad \frac{10}{10} = 1$$

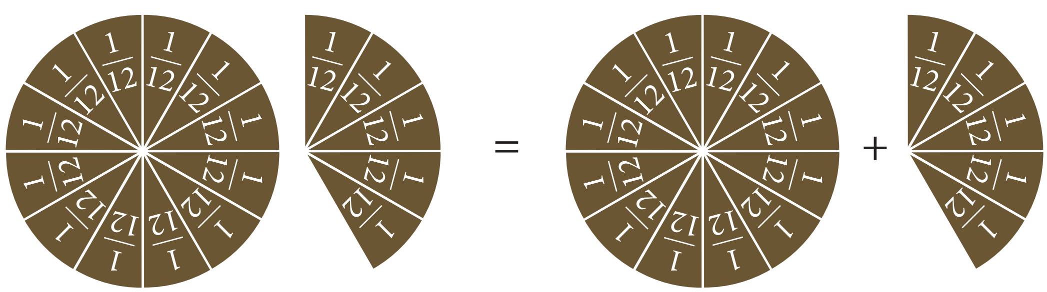
Expresar una fracción impropia en notación mixta, consiste en representar la fracción como una suma de dos fracciones, una de las cuales representa una o varias unidades, y la otra es una fracción propia, es decir, el numerador es menor que el denominador.

Expresar $\frac{17}{12}$ en notación mixta.

Fracción Propia.

Fracción Impropia. $\rightarrow \frac{17}{12} = \frac{12}{12} + \frac{5}{12} = 1 + \frac{5}{12} = 1\frac{5}{12} \leftarrow$ Fracción Mixta.

1 Unidad. Entero.

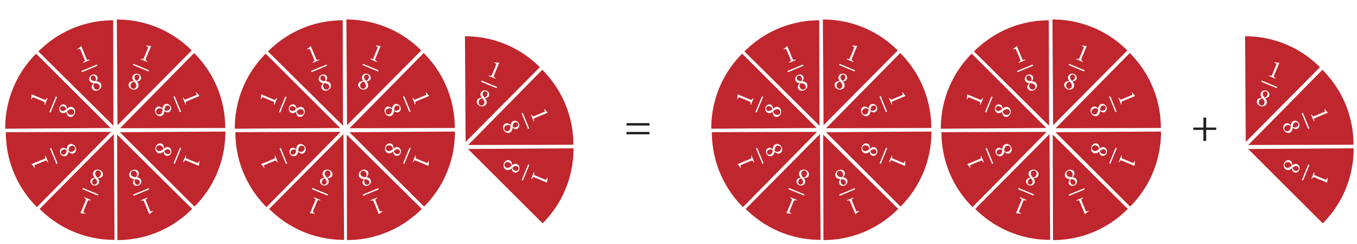


Expresar $\frac{19}{8}$ en notación mixta.

Fracción Propia.

Fracción Impropia. $\rightarrow \frac{19}{8} = \frac{16}{8} + \frac{3}{8} = 2 + \frac{3}{8} = 2\frac{3}{8} \leftarrow$ Fracción Mixta.

2 Unidades. Entero.



Siguiendo el procedimiento de los ejemplos anteriores, expresa las fracciones impropias en notación mixta.

$\frac{21}{17} =$

$\frac{15}{6} =$

$\frac{20}{9} =$

$\frac{22}{8} =$

$\frac{19}{7} =$

$\frac{23}{4} =$

$\frac{30}{9} =$

$\frac{32}{5} =$

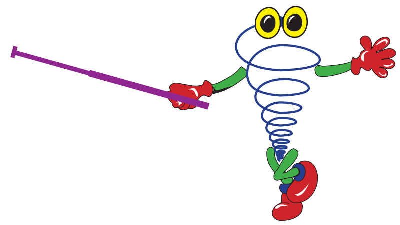
$\frac{18}{11} =$

$\frac{28}{13} =$

$\frac{48}{9} =$

$\frac{53}{7} =$

Común Denominador



Concepto

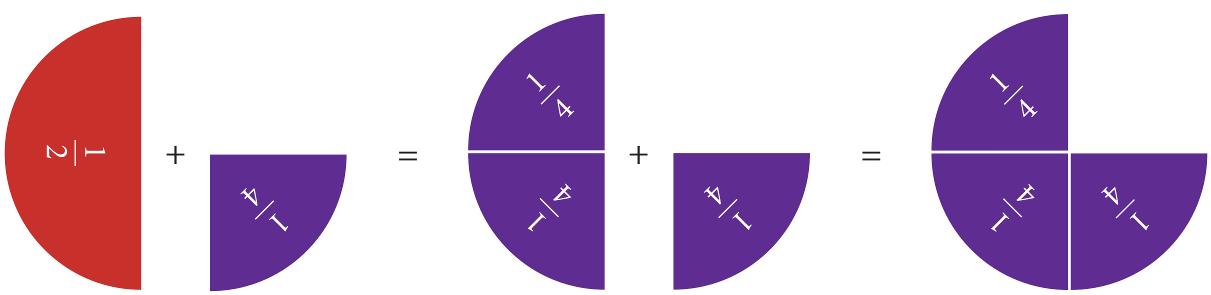
Cuando las fracciones son de diferente tamaño, es decir, tienen diferentes denominadores, no se pueden sumar o restar.

Para sumar o restar fracciones que no tienen el mismo tamaño, o sea, el mismo denominador, primero debemos hacerlas del mismo tamaño encontrando el común denominador y después efectuar la suma o resta.

Para conocer el común denominador debemos dividir las fracciones de mayor tamaño, en fracciones iguales a las de menor tamaño.

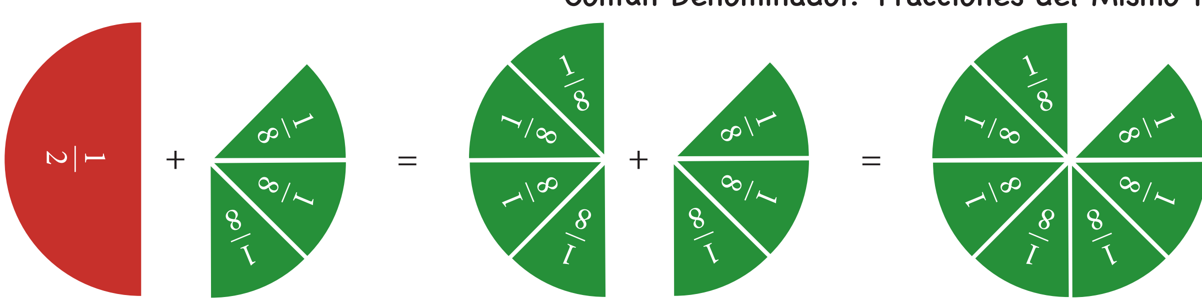
Ejercicio Con el Material Didáctico.

Con las fracciones del material, efectúa las demostraciones.



$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Común Denominador. Fracciones del Mismo Tamaño.

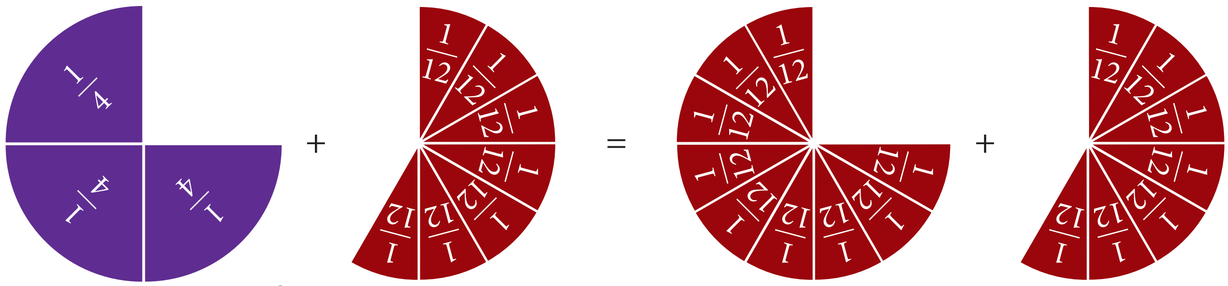


$\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$ $\qquad$ $\frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8}$ $\qquad$ $\frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$

Común Denominador. Fracciones del Mismo Tamaño.

Ejercicio Con el Material Didáctico.

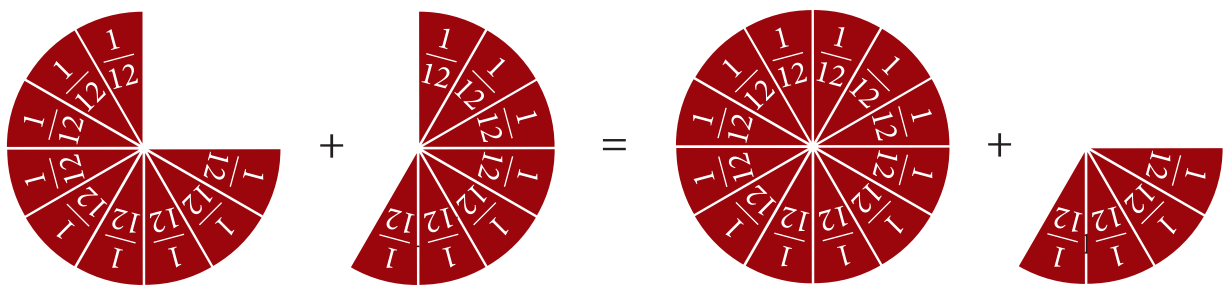
Con las fracciones del material, efectúa las demostraciones.



$\frac{3}{4} + \frac{7}{12}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} + \frac{7}{12} = \frac{9}{12} + \frac{7}{12}$

Fracciones del Mismo Tamaño. Común Denominador.

Cuando la suma de fracciones es mayor de 1, expresamos el resultado en notación de fracción mixta.

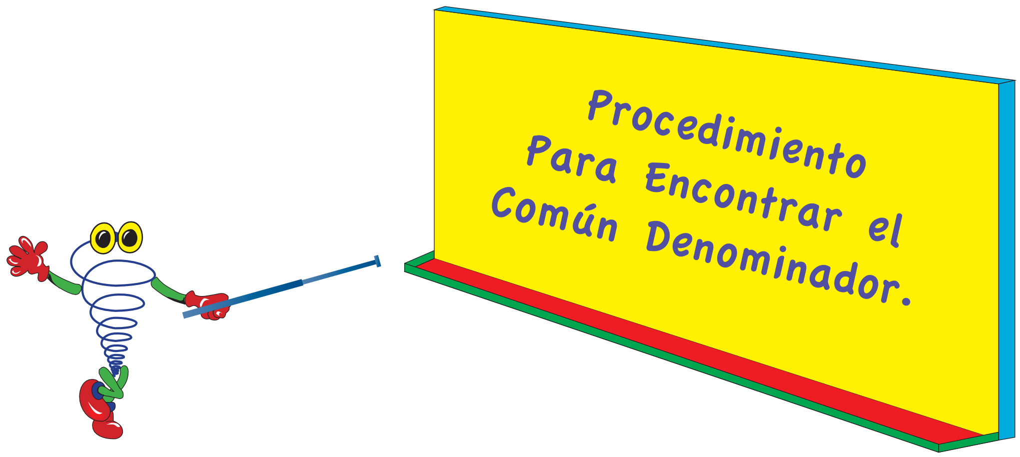


$\frac{3}{4} + \frac{7}{12} = \frac{16}{12}$ $\qquad$ $\frac{16}{12} = \frac{12}{12} + \frac{4}{12} = 1 + \frac{4}{12} = 1\frac{4}{12}$

Ejercicio Con el Material Didáctico.

Utilizando las fracciones del material, suma las fracciones.

$\frac{1}{2} + \frac{7}{12} =$	$\frac{1}{7} + \frac{7}{16} =$
$\frac{3}{4} + \frac{6}{8} =$	$\frac{4}{12} + \frac{2}{4} =$
$\frac{14}{16} + \frac{1}{4} =$	$\frac{5}{8} + \frac{9}{16} =$
$\frac{10}{12} + \frac{3}{4} =$	$\frac{11}{16} + \frac{3}{4} =$
$\frac{1}{2} + \frac{9}{12} =$	$\frac{7}{8} + \frac{13}{16} =$



Procedimiento Para Encontrar el Común Denominador

Calcular el común denominador, es decir, hacer las fracciones del mismo tamaño, es equivalente a multiplicar el numerador y el denominador por la misma cantidad.

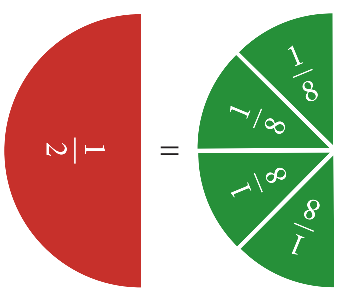
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1\times\boxed{2}}{2\times\boxed{2}}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

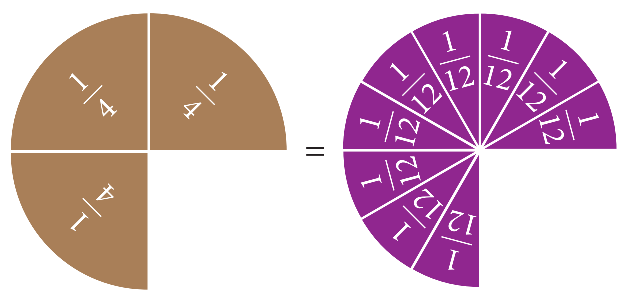
Común Denominador.

$$\frac{5}{12}+\frac{3}{4}=\frac{5}{12}+\frac{3\times\boxed{3}}{4\times\boxed{3}}=\frac{5}{12}+\frac{9}{12}=\frac{14}{12}=\frac{12}{12}+\frac{2}{12}=1+\frac{2}{12}=1\frac{1}{6}$$

Común Denominador.

Cuando multiplicamos el numerador y el denominador por la misma cantidad, formamos fracciones que son iguales, pero tienen diferente denominador. A estas fracciones les llamamos equivalentes.





$$\frac{1}{2}=\frac{1\times\boxed{4}}{2\times\boxed{4}}=\frac{4}{8}\longrightarrow\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$$

Fracciones Equivalentes.

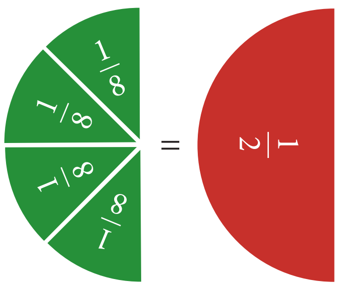
$$\frac{3}{4}=\frac{3\times\boxed{3}}{4\times\boxed{3}}=\frac{9}{12}\longrightarrow\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$$

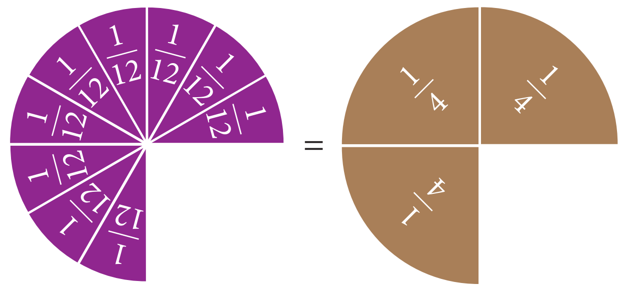
Fracciones Equivalentes.

La división es la operación inversa de la multiplicación, por lo cual, las fracciones equivalentes las podemos crear multiplicando el numerador y denominador por la misma cantidad, o dividiendo el numerador y el denominador por la misma cantidad.

Cuando multiplicamos el numerador y el denominador por la misma cantidad, dividimos las fracciones en una suma de fracciones de menor tamaño que representa la misma porción de la unidad. En cambio, cuando dividimos el numerador y el denominador por la misma cantidad, sumamos fracciones de mayor tamaño que representan la misma porción de la unidad.

Cuando dividimos el numerador y el denominador por la misma cantidad, simplificamos la fracción.





$$\frac{4}{8} = \frac{\frac{4}{4}}{\frac{8}{4}} = \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

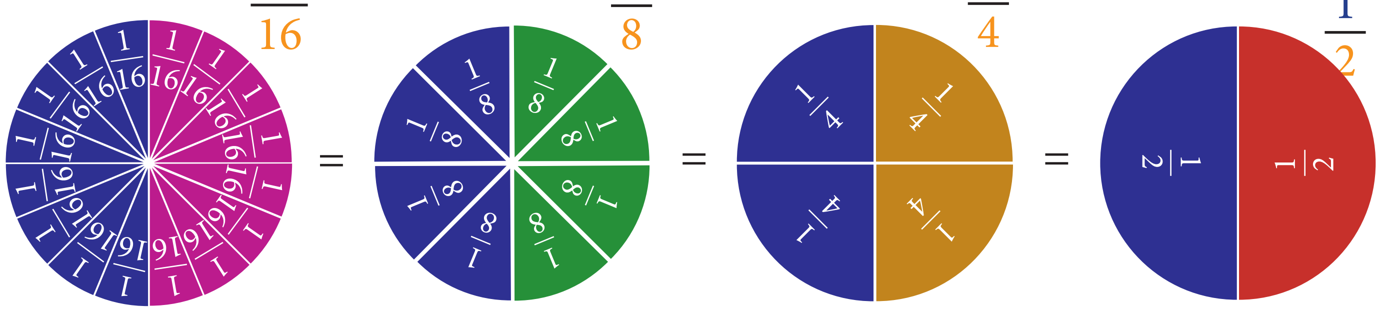
Fracciones Equivalentes.

$$\frac{9}{12} = \frac{\frac{9}{3}}{\frac{12}{3}} = \frac{3}{4} \longrightarrow \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Fracciones Equivalentes.

Para que la simplificación de fracciones sea más sencilla, hacemos mentalmente las divisiones tachando el número y escribiendo el resultado, como se muestra en los siguientes ejemplos.

$\frac{8}{16}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{2}$



Ocho de Dieciséis. Cuatro de Ocho. Dos de Cuatro. Una de Dos.

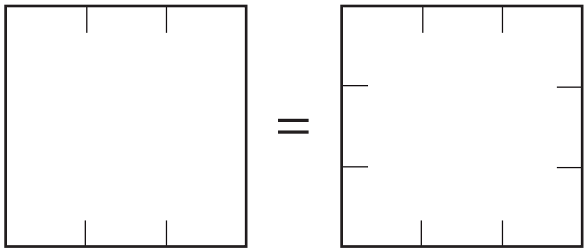
$$\frac{8}{16} = \frac{\frac{8}{2}}{\frac{16}{2}} = \frac{4}{8} \longrightarrow \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{16}_{8}} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{\frac{4}{2}}{\frac{8}{2}} = \frac{2}{4} \longrightarrow \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{8}_{4}} = \frac{2}{4}$$

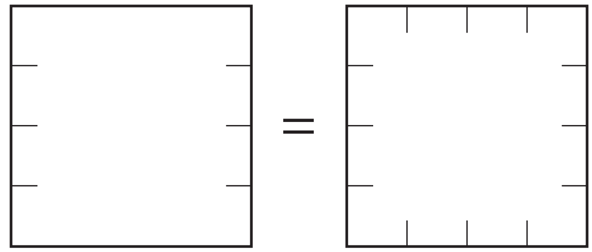
$$\frac{2}{4} = \frac{\frac{2}{2}}{\frac{4}{2}} = \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}_{2}} = \frac{1}{2}$$

Escribe el número por el cual debemos multiplicar el numerador y el denominador, para obtener las fracciones equivalentes. Colorea las fracciones equivalentes.

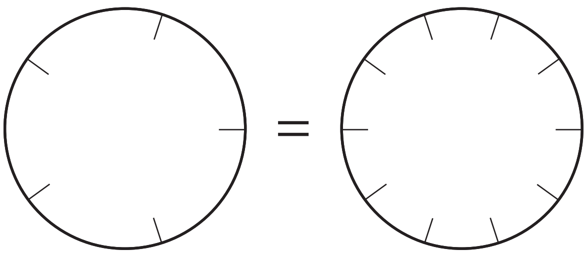
$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times }{3 \times } = \frac{3}{9}$$



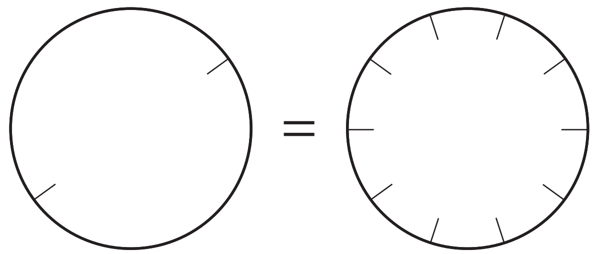
$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times }{4 \times } = \frac{12}{16}$$



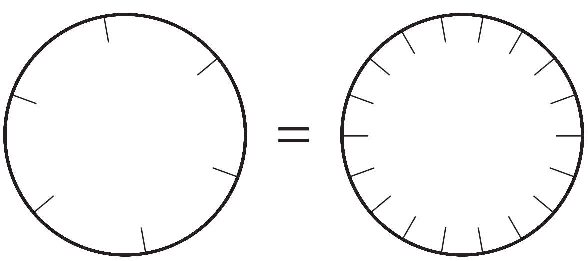
$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times }{5 \times } = \frac{6}{10}$$



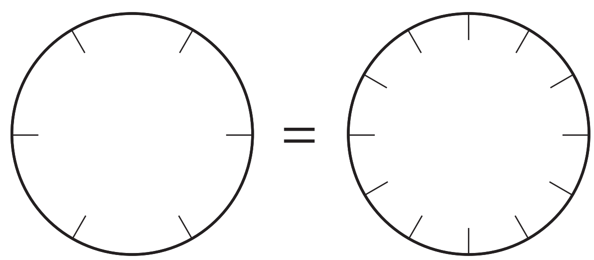
$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times }{2 \times } = \frac{5}{10}$$



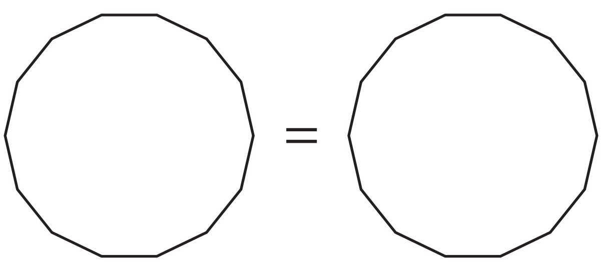
$$\frac{2}{6} = \frac{2 \times }{6 \times } = \frac{6}{18}$$



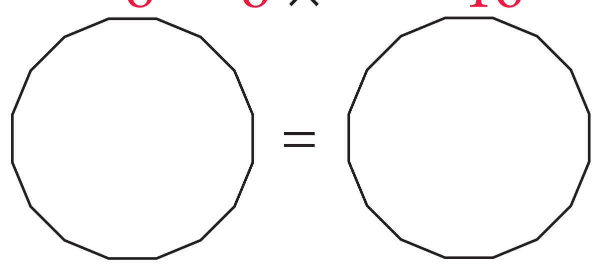
$$\frac{2}{6} = \frac{2 \times }{6 \times } = \frac{4}{12}$$



$$\frac{4}{7} = \frac{4 \times }{7 \times } = \frac{8}{14}$$



$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times }{8 \times } = \frac{10}{16}$$



Simplifica las fracciones hasta su mínima expresión. Si se trata de una fracción impropia, represéntala utilizando notación de fracción mixta.

$\frac{21}{15} =$

$\frac{12}{16} =$

$\frac{18}{12} =$

$\frac{9}{6} =$

$\frac{30}{20} =$

$\frac{16}{14} =$

$\frac{27}{21} =$

$\frac{12}{24} =$

$\frac{32}{20} =$

$\frac{63}{49} =$

$\frac{14}{12} =$

$\frac{44}{32} =$

$\frac{9}{12} =$

$\frac{25}{20} =$

$\frac{36}{32} =$

$\frac{14}{35} =$

$\frac{33}{9} =$

$\frac{64}{36} =$

Algoritmo de la Suma y Resta de Fracciones

Primer Paso

Como hemos demostrado, solamente fracciones que tienen el mismo denominador se pueden sumar o restar.

Primero vamos a estudiar la forma de sumar y restar fracciones utilizando el método rápido.

El método rápido requiere que sigamos cuatro pasos:

1. Encontrar el mínimo común denominador.
2. Multiplicar el numerador y el denominador por la cantidad adecuada para que todas las fracciones tengan el mismo denominador.
3. Sumar y restar los numeradores.
4. Si es posible expresar el resultado en notación mixta y simplificar.

Efectuar la suma de fracciones utilizando el método rápido.

Paso 3. Sumar los numeradores.

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}=\frac{2\times\boxed{2}}{5\times\boxed{2}}+\frac{3}{10}=\frac{4}{10}+\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$$

Paso 1. mcd = 10.

Paso 2. Multiplicar numerador y denominador por 2.

Efectuar la resta de fracciones utilizando el método rápido.

Paso 3. Sumar los numeradores.

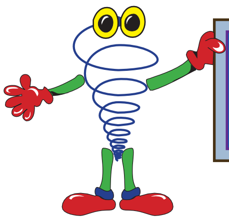
$$\frac{3}{4}-\frac{5}{12}=\frac{3\times\boxed{3}}{4\times\boxed{3}}-\frac{5}{12}=\frac{9}{12}-\frac{5}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

Paso 1. mcd = 12.

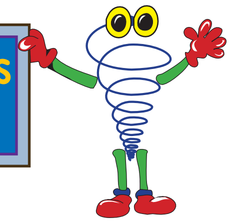
Paso 2. Multiplicar numerador y denominador por 3.

Paso 4. Simplificar el resultado.

Para practicar el primer paso, utiliza el juego de suma de fracciones de tercer nivel del paquete de juegos educativos Mathematiké.



Algoritmo de la Suma y Resta de Fracciones Segundo Paso



Segundo Paso

Utilizando el método rápido, vamos a efectuar sumas y restas de fracciones, calculando el común denominador mentalmente.

Efectuar la resta de fracciones utilizando el método rápido.

Paso 3. Restar los numeradores.

$$\frac{9}{7}-\frac{9}{14}=\frac{9\times\boxed{2}}{7\times\boxed{2}}-\frac{9}{14}=\frac{18}{14}-\frac{9}{14}=\frac{9}{14}$$

Paso 1.
mcd = 14.

Paso 2.
Multiplicar numerador y denominador por 2.

Efectuar la suma de fracciones utilizando el método rápido.

Paso 3. Sumar los numeradores.

$$\frac{4}{15}+\frac{3}{5}=\frac{4}{15}+\frac{3\times\boxed{3}}{5\times\boxed{3}}=\frac{4}{15}+\frac{9}{15}=\frac{13}{15}$$

Paso 1.
mcd = 15.

Paso 2.
Multiplicar numerador y denominador por 3.

Efectuar la resta de fracciones utilizando el método rápido.

Paso 3. Restar los numeradores.

$$\frac{5}{6}-\frac{9}{18}=\frac{5\times\boxed{3}}{6\times\boxed{3}}-\frac{9}{18}=\frac{15}{18}-\frac{9}{18}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$$

Paso 1.
mcd = 18.

Paso 2.
Multiplicar numerador y denominador por 3.

Paso 4.
Simplificar el resultado.

Cuando el resultado es una fracción impropia, la expresamos en notación mixta. Si es necesario, simplificamos la expresión. Podemos hacer la simplificación, antes o después de convertirla en una fracción mixta.

Efectuar la suma de fracciones utilizando el método rápido. Expresar el resultado en notación mixta.

Paso 3. Sumar los numeradores.

$$\frac{7}{12}+\frac{3}{4}=\frac{7}{12}+\frac{3\times\boxed{3}}{4\times\boxed{3}}=\frac{7}{12}+\frac{9}{12}=\frac{16}{12}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}=\frac{3}{3}+\frac{1}{3}=1+\frac{1}{3}=1\frac{1}{3}$$

Paso 1. mcd = 12.

Paso 2. Multiplicar numerador y denominador por 3.

Paso 4. Simplificar el resultado.

Notación mixta.

Efectuar la resta de fracciones utilizando el método rápido. Expresar el resultado en notación mixta.

Paso 3. Restar los numeradores.

$$\frac{7}{4}-\frac{4}{16}=\frac{7\times\boxed{4}}{4\times\boxed{4}}-\frac{4}{16}=\frac{28}{16}-\frac{4}{16}=\frac{24}{16}=\frac{3}{2}=\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$$

Paso 1. mcd = 16.

Paso 2. Multiplicar numerador y denominador por 4.

Paso 4. Simplificar el resultado.

Notación mixta.

Efectuar la suma de las tres fracciones utilizando el método rápido. Expresar el resultado en notación mixta.

Paso 3. Sumar los numeradores.

$$\frac{3}{8}+\frac{9}{16}+\frac{5}{4}=\frac{3\times\boxed{2}}{8\times\boxed{2}}+\frac{9}{16}+\frac{5\times\boxed{4}}{4\times\boxed{4}}=\frac{6}{16}+\frac{9}{16}+\frac{20}{16}=\frac{35}{16}$$

Paso 1. mcd = 16.

Paso 2. Paso 2. Multiplicar numerador y denominador por 2 y 4.

$$\frac{3}{8}+\frac{9}{16}+\frac{5}{4}=\frac{35}{16}=\frac{32}{16}+\frac{3}{16}=2+\frac{3}{16}=2\frac{3}{16}$$

Notación mixta.

Utiliza el método rápido para efectuar las sumas y restas de fracciones. Si es posible, simplifica y expresa el resultado en notación mixta. Calcula mentalmente el común denominador.

$$\frac{9}{14} + \frac{3}{2} =$$

$$\frac{6}{5} - \frac{11}{30} =$$

$$\frac{12}{32} + \frac{9}{8} =$$

$$\frac{12}{15} + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{9}{7} - \frac{33}{42} =$$

$$\frac{7}{9} - \frac{26}{72} =$$

$$\frac{15}{24} + \frac{11}{6} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{7}{20} =$$

$$\frac{8}{3} + \frac{4}{27} =$$

$$\frac{14}{18}+\frac{4}{3}+\frac{4}{6}=$$

$$\frac{8}{15}+\frac{12}{30}+\frac{7}{5}=$$

$$\frac{10}{9}+\frac{1}{3}+\frac{5}{27}=$$

$$\frac{10}{32}+\frac{7}{4}+\frac{3}{16}=$$

$$\frac{8}{6}+\frac{4}{36}+\frac{6}{4}=$$

$$\frac{14}{54}+\frac{5}{9}+\frac{11}{27}=$$

$$\frac{9}{10}+\frac{13}{20}+\frac{18}{40}=$$

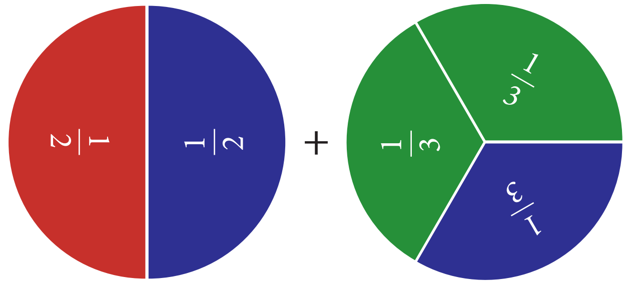
$$\frac{5}{7}+\frac{10}{35}+\frac{7}{5}=$$

$$\frac{4}{48}+\frac{9}{8}+\frac{2}{6}=$$

$$\frac{7}{6}+\frac{8}{36}+\frac{4}{9}=$$

En muchas ocasiones, no es posible hacer una de las fracciones del mismo tamaño de la otra, dividiéndola en fracciones más pequeñas, ya que una no es múltiplo de la otra.

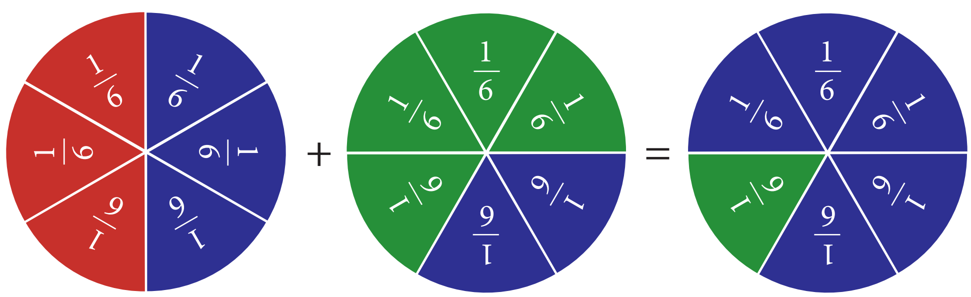
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$$



3 no puede ser el común denominador, ya que no hay ningún entero que al multiplicarlo por 2 dé 3.

En este caso, el común denominador es 6, ya que 2 x 3 = 6.

Multiplicamos el numerador y el denominador de los medios por 3 y el de los tercios por 2. Es decir, dividimos ambos círculos en 6 partes iguales.



Paso 3. Sumar los numeradores.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1\times\boxed{3}}{2\times\boxed{3}}+\frac{1\times\boxed{2}}{3\times\boxed{2}}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$$

Paso 1.

mcd = 2 x 3 = 6.

Paso 2.

Multiplicar numerador y denominador por 3 y 2.

Utiliza el método rápido para efectuar las sumas y restas de fracciones. Si es posible, simplifica y expresa el resultado en notación mixta. Calcula mentalmente el común denominador.

$$\frac{5}{3} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{8}{7} - \frac{3}{4} =$$

$$\frac{3}{2} + \frac{6}{5} =$$

$$\frac{6}{4} - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{5}{3} + \frac{3}{7} =$$

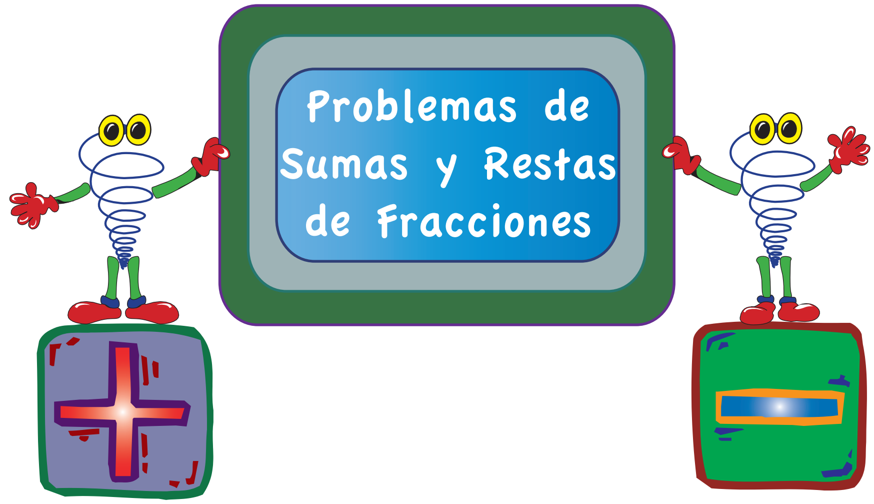
$$\frac{6}{5} - \frac{5}{6} =$$

$$\frac{9}{7} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{9}{5} - \frac{4}{3} =$$

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{7} =$$

$$\frac{7}{4} - \frac{2}{5} =$$



Problemas de Aplicación

Suma y Resta de Fracciones

1. Para fabricar una bolsa, Carmen compró $\frac{1}{2}$ metro de tela roja y $\frac{3}{4}$ de metro de tela azul.

   Pregunta:

   1. ¿Cuántos metros de tela compró en total?

6. Victor compra un pastel que tiene 16 rebanadas. En el camino a su casa se come una. Durante la comida se comen la mitad del pastel.

Preguntas:

1. ¿Cuántas rebanadas de pastel comió Victor?

2. ¿Cuántas rebanadas de pastel sobraron?

7. A las 3 con $\frac{7}{12}$ de hora llega Gabriela. Su amiga Ana ya tenía 15 minutos esperándola.

Preguntas:

1. ¿A qué hora llegó Gabriela?

2. ¿A qué hora llegó Ana?

Aritmética

Cuarto Año

MORENO

Desarrollo del Algoritmo de la Suma y Resta de Fracciones.
Tercer, Cuarto y Quinto Pasos

Sumar y restar fracciones utilizando el método tradicional

El método tradicional es una aplicación del método corto que nos permite efectuar la suma y resta de fracciones usando únicamente una raya de quebrado.

En el tercer paso en el desarrollo del algoritmo de la suma y resta de fracciones, calculamos el mínimo común denominador mentalmente.

Utiliza la cartulina 1 del material didáctico para demostrar que solamente las fracciones del mismo tamaño se pueden sumar.

Para efectuar la suma y resta de fracciones con el método tradicional, lo hacemos siguiendo cuatro pasos:

1. Encontrar el mínimo común denominador.
2. Dividir el mínimo común entre cada uno de los denominadores y el resultado multiplicarlo por cada uno de los numeradores.
3. Sumar o restar los numeradores.
4. Si es posible expresar el resultado en notación mixta y simplificar.

Ejemplo

Efectuar la suma de fracciones utilizando el método tradicional.

$$\underset{\frac{20}{5}}{\frac{2}{5}} + \underset{\frac{20}{4}}{\frac{3}{4}} + \underset{\frac{20}{10}}{\frac{7}{10}} = \frac{4\times2 + 5\times3 + 2\times7}{20} = \frac{8 + 15 + 14}{20} = \frac{37}{20} = 1 + \frac{17}{20} = 1\frac{17}{20}$$

Mentalmente calculamos el mínimo común denominador y determinamos que es 20.

Ejemplo

Efectuar la resta de fracciones utilizando el método tradicional.

$$\frac{5}{7} - \frac{9}{28} = \frac{4\times5 - 1\times9}{28} = \frac{20-9}{28} = \frac{11}{28}$$

Mentalmente determinamos que el mínimo común denominador es 28.

Ejemplo

Efectuar la suma y resta de fracciones utilizando el método tradicional.

$$\frac{9}{10} + \frac{17}{30} - \frac{6}{15} = \frac{3\times9 + 1\times17 - 2\times6}{30} = \frac{27+17-12}{30} = \frac{44-12}{30} = \frac{32}{30} = 1 + \frac{2}{30} = 1\frac{1}{15}$$

Mentalmente determinamos que el mínimo común denominador es 30.

Serie de Ejercicios 1

Efectúa las sumas y restas de fracciones utilizando el método tradicional. Calcula el mínimo común denominador mentalmente.

$$\frac{5}{4} + \frac{2}{3} + \frac{7}{6} =$$

$$\frac{12}{20} + \frac{8}{5} + \frac{5}{10} =$$

$$\frac{10}{6} + \frac{10}{7} + \frac{7}{3} =$$

$$\frac{5}{18} + \frac{13}{3} + \frac{11}{36} =$$

$$\frac{12}{10} + \frac{2}{15} + \frac{13}{5} =$$

$$\frac{1}{10} + \frac{8}{5} + \frac{9}{4} =$$

$$\frac{2}{7} + \frac{13}{2} + \frac{4}{42} =$$

$$\frac{8}{4} + \frac{7}{20} + \frac{2}{5} =$$

$$\frac{13}{28} + \frac{2}{7} + \frac{8}{14} =$$

$$\frac{5}{12} + \frac{11}{3} + \frac{13}{24} =$$

$$\frac{5}{18} + \frac{12}{36} + \frac{10}{6} =$$

$$\frac{14}{6} + \frac{7}{24} - \frac{1}{12} =$$

$$\frac{8}{3} + \frac{8}{30} - \frac{9}{15} =$$

$$\frac{10}{3} + \frac{9}{21} - \frac{10}{7} =$$

$$\frac{2}{7} + \frac{14}{6} - \frac{4}{42} =$$

$$\frac{7}{24} + \frac{15}{12} - \frac{3}{8} =$$

$$\frac{5}{2} + \frac{12}{20} - \frac{1}{5} =$$

$$\frac{14}{9} + \frac{5}{18} - \frac{2}{6} =$$

$$\frac{8}{7} + \frac{2}{5} - \frac{7}{35} =$$

Los factores primos de un número no primo

El teorema fundamental de la aritmética establece que todos los números no primos se obtienen multiplicando los números primos que los componen.

Si descomponemos un número no primo en sus factores primos, es decir, los números primos que lo componen, encontramos los números primos que lo dividen en forma exacta.

Ejemplo

Descomponer en sus factores primos 12, 18 y 24 y demostrar que sus factores primos los dividen en forma exacta.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 12 = 2 \times 2 \times 3 \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 18 = 2 \times 3 \times 3 \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\frac{12}{2} = 6 \quad \frac{12}{3} = 4 \qquad \frac{18}{2} = 9 \quad \frac{18}{3} = 6 \qquad \frac{24}{2} = 12 \quad \frac{24}{3} = 8$$

Ahora bien, la multiplicación de todas las posibles combinaciones de los factores primos, también dividen al número no primo en forma exacta.

Ejemplo

Hacer la multiplicación de todas las posibles combinaciones de los factores primos de 12, 18 y 24. Demostrar que la multiplicación de todas las posibles combinaciones de ellos, dividen a los números en forma exacta.

$12 = 2 \times 2 \times 3$ $\qquad 18 = 2 \times 3 \times 3$ $\qquad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

Posibles combinaciones de los factores primos:

12	18	24	
$2 \times 2 = 4$	$2 \times 3 = 6$	$2 \times 2 = 4$	$2 \times 2 \times 3 = 12$
$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$2 \times 3 = 6$	$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$
$2 \times 2 \times 3 = 12$	$2 \times 3 \times 3 = 18$	$2 \times 2 \times 2 = 8$	

$$\frac{12}{2} = 6 \quad \frac{12}{3} = 4 \qquad \frac{18}{2} = 9 \quad \frac{18}{3} = 6 \qquad \frac{24}{2} = 12 \quad \frac{24}{3} = 8$$

$$\frac{12}{4} = 3 \quad \frac{12}{6} = 2 \qquad \frac{18}{6} = 3 \quad \frac{19}{9} = 2 \qquad \frac{24}{4} = 6 \quad \frac{24}{6} = 4$$

$$\frac{12}{12} = 1 \qquad \frac{18}{18} = 1 \qquad \frac{24}{8} = 3 \quad \frac{24}{12} = 2 \quad \frac{24}{24} = 1$$

Ejemplo

Descomponer 15, 20 y 30 en sus factores primos. Hacer la multiplicación de todas las posibles combinaciones de los factores primos. Demostrar que los factores primos de los números y la multiplicación de todas las posibles combinaciones de ellos, dividen a los números en forma exacta.

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$15 = 3 \times 5$ $\qquad$ $20 = 2 \times 2 \times 5$ $\qquad$ $30 = 2 \times 3 \times 5$

Posibles combinaciones de los factores primos:

$3 \times 5 = 15$

$2 \times 2 = 4$
$2 \times 5 = 10$
$2 \times 2 \times 5 = 20$

$2 \times 3 = 6$ $\qquad$ $2 \times 3 \times 5 = 30$
$2 \times 5 = 10$
$3 \times 5 = 15$

$\frac{15}{3} = 5 \qquad \frac{15}{5} = 3$

$\frac{15}{15} = 1$

$\frac{20}{2} = 10 \qquad \frac{20}{5} = 4$

$\frac{20}{4} = 5 \qquad \frac{20}{10} = 2$

$\frac{20}{20} = 1$

$\frac{30}{2} = 15 \qquad \frac{30}{3} = 10 \qquad \frac{30}{5} = 6$

$\frac{30}{6} = 5 \qquad \frac{30}{10} = 3$

$\frac{30}{15} = 2 \qquad \frac{30}{30} = 1$

Ejercicio

Descomponer 36 y 42 en sus factores primos. Hacer la multiplicación de todas las posibles combinaciones de los factores primos. Demostrar que los factores primos de los números y la multiplicación de todas las posibles combinaciones de ellos, dividen a los números en forma exacta.

El mínimo común múltiplo

Cuando tenemos un conjunto de números, llamamos mínimo común múltiplo, el cual abreviamos como mcm, al número entero más pequeño que se divide en forma exacta entre todos los números que forman el conjunto.

Ejemplo

Encontrar el mínimo común múltiplo de 2 y 3.

El mínimo común múltiplo de 2 y 3 es 6, ya que 6, es el número entero más pequeño que se divide en forma exacta entre 2 y 3.

$$\frac{6}{2} = 3 \qquad \frac{6}{3} = 2 \qquad \longrightarrow$$ 6 es el mínimo común múltiplo de 2 y 3.

12 también se divide en forma exacta entre 2 y 3, por lo cual es un común múltiplo pero no el mínimo común múltiplo, porque no es el número entero más pequeño que se divide en forma exacta entre 2 y 3.

$$\frac{12}{2} = 6 \qquad \frac{12}{3} = 4 \qquad \longrightarrow$$ 12 es un común múltiplo de 2 y 3,
pero no el mínimo común múltiplo.

Ejemplo

Encontrar el mínimo común múltiplo de 6 y 9.

El mínimo común múltiplo de 6 y 9 es 18, ya que 18, es el número entero más pequeño que se divide en forma exacta entre 6 y 9.

$$\frac{18}{6} = 3 \qquad \frac{18}{9} = 2 \qquad \longrightarrow$$ 18 es el mínimo común múltiplo de 6 y 9.

36 también se divide en forma exacta entre 6 y 9, por lo cual es un común múltiplo pero no el mínimo común múltiplo, porque no es el número entero más pequeño que se divide en forma exacta entre 6 y 9.

$$\frac{36}{6} = 6 \qquad \frac{36}{9} = 4 \qquad \longrightarrow$$ 36 es un común múltiplo de 6 y 9,
pero no es el mínimo común múltiplo.

Como hemos demostrado, la multiplicación de todas las posibles combinaciones de los factores primos, dividen a los números en forma exacta. Por lo cual, resulta muy sencillo deducir que, el mínimo común múltiplo se forma de la multiplicación de los factores primos que componen los números.

Vamos a descomponer 6 y 9 en sus factores primos, para demostrar que, los comúnes múltiplos se forman de la multiplicación de los factores primos, que componen los números.
Utilizamos la estrategia de las rayas verticales, para encontrar los factores primos de los números.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \; \text{Factores primos} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \; \text{Factores primos}$$

$$6 = 2 \times 3 \qquad\qquad 9 = 3 \times 3$$

Mínimo común múltiplo = $2 \times 3 \times 3 = 18$
Común múltiplo = $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$
Común múltiplo = $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$

$$\frac{18}{6} = 3 \qquad \frac{36}{6} = 6 \qquad \frac{54}{6} = 9$$

$$\frac{18}{9} = 2 \qquad \frac{36}{9} = 4 \qquad \frac{54}{9} = 6$$

Para calcular el mínimo común múltiplo, tomamos los factores primos que son comunes a todos los números sin repetirlos.

Algoritmo para encontrar el mínimo común múltiplo

1. Descomponer los números en sus factores primos.
2. Si alguno de los factores primos se repite en el mismo número, se cuenta la cantidad de veces que lo hace.
3. De los factores primos que no se repiten en ninguno de los números, se elige un representante de cada uno de ellos.
4. De los factores primos que sí se repiten –paso 2– escogemos el grupo en el que se repiten más veces.
5. El mínimo común múltiplo –mcm– es producto de los factores primos seleccionados.

Ejemplo

Encontrar el mínimo común múltiplo de 6, 9 y 12.

Paso 1
Descomponemos los números en sus factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Paso 2
Contamos las veces que se repiten los factores primos.

$$\begin{array}{r|ll} 6 & 2 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 3 & 3 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \; \text{2 veces} \qquad \begin{array}{r|ll} 12 & 2 & \\ 6 & 2 & \text{2 veces} \\ 3 & 3 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array}$$

Paso 3
Seleccionamos un representante de cada uno de los factores primos que no se repiten en ninguno de los números.

No hay ninguno, ya que 2 y 3 se repiten dos veces cada uno.

Paso 4
Escogemos los grupos de factores primos que se repiten más veces.

2, 2 y 3, 3

Paso 5

El mínimo común múltiplo –mcm– es el producto de los factores primos seleccionados.

$$\text{mcm} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

Mínimo común múltiplo

36 es el mínimo común múltiplo, porque es el número más pequeño que se divide en forma exacta entre 6, 9 y 12.

$$\frac{36}{6} = 6 \qquad \frac{36}{9} = 4 \qquad \frac{36}{12} = 3$$

Ejemplo

Encontrar el mínimo común múltiplo de 10, 15 y 18.

Paso 1

Descomponemos los números en sus factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Paso 2

Contamos las veces que se repiten los factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \leftarrow \text{1 vez} \\ 5 & 5 \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \leftarrow \text{1 vez} \\ 5 & 5 \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \leftarrow \text{1 vez} \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right] \text{2 veces}$$

Paso 3

Seleccionamos un representante de cada uno de los factores primos que no se repiten en ninguno de los números.

2 y 5

Paso 4

Escogemos los grupos de factores primos que se repiten más veces.

3, 3

Paso 5

El mínimo común múltiplo –mcm– es el producto de los factores primos seleccionados.

$$\text{mcm} = 2 \times 5 \times 3 \times 3 = 90$$

Mínimo común múltiplo

90 es el mínimo común múltiplo, porque es el número más pequeño que se divide en forma exacta entre 10, 15 y 18.

$$\frac{90}{10} = 9 \qquad \frac{90}{15} = 6 \qquad \frac{90}{18} = 5$$

Ejemplo

Encontrar el mínimo común múltiplo de 14, 24 y 36.

Paso 1

Descomponemos los números en sus factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Paso 2
Contamos las veces que se repiten los factores primos.

$$\begin{array}{r|ll} 14 & 2 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 7 & 7 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|ll} 24 & 2 & \\ 12 & 2 & \text{3 veces} \\ 6 & 2 & \\ 3 & 3 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|ll} 36 & 2 & \text{2 veces} \\ 18 & 2 & \\ 9 & 3 & \text{2 veces} \\ 3 & 3 & \\ 1 & & \end{array}$$

Paso 3
Seleccionamos un representante de cada uno de los factores primos que no se repiten en ninguno de los números.

7

Paso 4
Escogemos los grupos de factores primos que se repiten más veces.

2, 2, 2 y 3, 3

Paso 5
El mínimo común múltiplo –mcm– es el producto de los factores primos seleccionados.

$$\text{mcm} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 504$$

Mínimo común múltiplo
504 es el mínimo común múltiplo, porque es el número más pequeño que se divide en forma exacta entre 14, 24 y 36.

$$\frac{504}{14} = 36 \qquad \frac{504}{24} = 21 \qquad \frac{504}{36} = 14$$

El mínimo común denominador

El mínimo común denominador –mcd– es el mínimo común múltiplo –mcm– de los denominadores de una suma o resta de fracciones.

Ejemplo

Efectuar la suma de fracciones usando el método rápido. Calcular el mínimo común denominador utilizando el algoritmo de los cinco pasos. Simplificar.

Calculamos el mínimo común denominador, que es el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\frac{12}{45} + \frac{18}{75}$$

Paso 1
Descomponemos los números en sus factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Paso 2
Contamos las veces que se repiten los factores primos.

$$\begin{array}{r|ll} 45 & 3 & \text{2 veces} \\ 15 & 3 & \\ 5 & 5 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|ll} 75 & 3 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 25 & 5 & \text{2 veces} \\ 5 & 5 & \\ 1 & & \end{array}$$

Paso 3
Seleccionamos un representante de cada uno de los factores primos que no se repiten en ninguno de los números.

No hay ningún factor primo que no se repita.

Paso 4
Escogemos los grupos de factores primos que se repiten más veces.

3, 3 y 5, 5

Paso 5
El mínimo común múltiplo –mcm– es el producto de los factores primos seleccionados.

mcd = $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 225$

Mínimo común múltiplo
225 es el mínimo común denominador, porque es el número más pequeño que se divide en forma exacta entre 45 y 75.

$$\frac{12}{45}+\frac{18}{75}=\frac{12\times5}{45\times5}+\frac{18\times3}{75\times3}=\frac{60}{225}+\frac{54}{225}=\frac{114}{225}=\frac{38}{75}$$

mcd = 225

45×5 = 225

75×3 = 225

Ejemplo

Hacer la resta de fracciones usando el método tradicional. Calcular el mínimo común denominador utilizando el algoritmo de los cinco pasos. Simplificar.

Calculamos el mínimo común denominador, que es el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\frac{15}{54}-\frac{4}{90}$$

Paso 1
Descomponemos los números en sus factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Paso 2
Contamos las veces que se repiten los factores primos.

$$\begin{array}{r|ll} 54 & 2 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 27 & 3 & \\ 9 & 3 & \text{3 veces} \\ 3 & 3 & \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|ll} 90 & 2 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 45 & 3 & \\ 15 & 3 & \text{2 veces} \\ 5 & 5 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array}$$

Paso 3
Seleccionamos un representante de cada uno de los factores primos que no se repiten en ninguno de los números.

2, 5

Paso 4
Escogemos los grupos de factores primos que se repiten más veces.

3, 3, 3

El mínimo común múltiplo –mcm– es el producto de los factores primos seleccionados.

mcd = $2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 = 270$

Mínimo común múltiplo

270 es el mínimo común denominador, porque es el número más pequeño que se divide en forma exacta entre 54 y 90.

$$\frac{15}{54}-\frac{4}{90}=\frac{5\times15-3\times4}{270}=\frac{75-12}{270}=\frac{63}{270}=\frac{7}{30}$$

5×15 $\quad$ 3×4 $\quad$ $\frac{270}{90}$ $\quad$ $\frac{270}{54}$

Ejemplo

Efectuar la suma de fracciones usando el método rápido. Calcular el mínimo común denominador utilizando el algoritmo de los cinco pasos. Expresar el resultado en notación mixta y simplificarlo.

Calculamos el mínimo común denominador, que es el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\frac{16}{48}+\frac{14}{15}+\frac{9}{72}$$

Paso 1

Descomponemos los números en sus factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Paso 2

Contamos las veces que se repiten los factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{4 veces} \\ \leftarrow \text{1 vez} \\ \\ \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \leftarrow \text{1 vez} \\ 5 & 5 \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{3 veces} \\ \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \text{2 veces} \\ \\ \end{array}$$

Paso 3

Seleccionamos un representante de cada uno de los factores primos que no se repiten en ninguno de los números.

5

Paso 4

Escogemos los grupos de factores primos que se repiten más veces.

2, 2, 2, 2 y 3, 3

Paso 5

El mínimo común múltiplo –mcm– es el producto de los factores primos seleccionados.

$$\text{mcd} = 2\times2\times2\times2\times3\times3\times5 = 720$$

Mínimo común múltiplo

90 es el mínimo común múltiplo, porque es el número más pequeño que se divide en forma exacta entre 10, 15 y 18.

$$\frac{16}{48}+\frac{14}{15}+\frac{9}{72}=\frac{16\times15}{48\times15}+\frac{14\times48}{15\times48}+\frac{9\times10}{72\times10}=\frac{240}{720}+\frac{672}{720}+\frac{92}{720}=\frac{1002}{720}=1+\frac{282}{720}=1\frac{47}{120}$$

mcd = 720 $\quad$ 48×15 = 720 $\quad$ 15×48 = 720 $\quad$ 72×10 = 720

Serie de Ejercicios 2

Efectúa las sumas y restas de fracciones usando el método rápido o tradicional. Calcula el mínimo común denominador utilizando el algoritmo de los cinco pasos. Usa una hoja aparte para hacerlo. Si es posible, expresa el resultado en notación mixta. Simplifica el resultado.

$$\frac{2}{7}+\frac{13}{42}=$$

$$\frac{14}{16}+\frac{10}{36}=$$

$$\frac{9}{12}+\frac{7}{18}=$$

$$\frac{8}{12}+\frac{20}{54}=$$

$$\frac{15}{105}+\frac{7}{9}=$$

$$\frac{4}{50}+\frac{13}{75}=$$

$$\frac{14}{70}+\frac{6}{40}=$$

$$\frac{15}{14}+\frac{14}{24}=$$

$$\frac{16}{18} + \frac{10}{81} + \frac{12}{54} =$$

$$\frac{5}{15} + \frac{11}{30} + \frac{15}{45} =$$

$$\frac{9}{27} + \frac{10}{8} + \frac{5}{36} =$$

$$\frac{10}{96} + \frac{9}{16} + \frac{12}{24} =$$

$$\frac{12}{4} + \frac{4}{75} + \frac{6}{50} =$$

$$\frac{5}{60} + \frac{12}{80} + \frac{4}{12} =$$

$$\frac{6}{21} + \frac{12}{105} + \frac{4}{35} =$$

$$\frac{16}{64} + \frac{9}{12} + \frac{16}{48} =$$

$$\frac{7}{54} - \frac{6}{81} =$$

$$\frac{15}{25} - \frac{9}{20} =$$

$$\frac{14}{28} - \frac{9}{49} =$$

$$\frac{9}{15} - \frac{8}{50} =$$

$$\frac{12}{30} - \frac{3}{40} =$$

$$\frac{8}{18} - \frac{10}{27} =$$

$$\frac{16}{30} - \frac{14}{45} =$$

$$\frac{10}{28} - \frac{9}{70} =$$

$$\frac{14}{42} - \frac{16}{98} =$$

$$\frac{8}{30} - \frac{9}{108} =$$

$$\frac{10}{105} - \frac{11}{140} =$$

$$\frac{12}{144} - \frac{12}{180} =$$

$$\frac{13}{60} - \frac{8}{75} =$$

$$\frac{9}{108} - \frac{15}{216} =$$

$$\frac{12}{90} - \frac{15}{120} =$$

$$\frac{13}{42} - \frac{14}{147} =$$

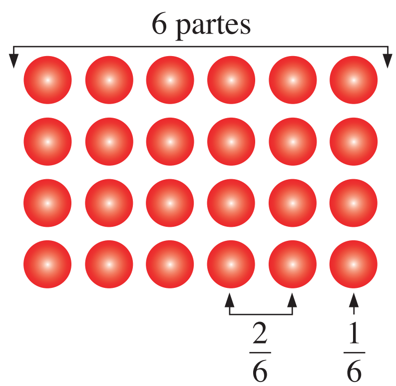
Problemas de aplicación de fracciones

Para resolver problemas de aplicación que involucran fracciones, debemos aplicar el concepto de fracción y utilizar las operaciones de suma y resta de fracciones. En algunas ocasiones es conveniente hacer un dibujos que nos permita visualizar mejor el problema.

Ejemplo

María hizo 24 galletas. Le regaló a Isidora un sexto de las galletas y a Laura dos sextos. ¿Cuántas galletas recibió Isidora y cuántas Laura?

Un sexto, significa la sexta parte, es decir, dividimos el número total de galletas entre seis. Hacemos un dibujo, para visualizar mejor el problema.



$$\frac{24}{6} = 4 \longrightarrow \frac{1}{6} = 4$$

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{6} \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

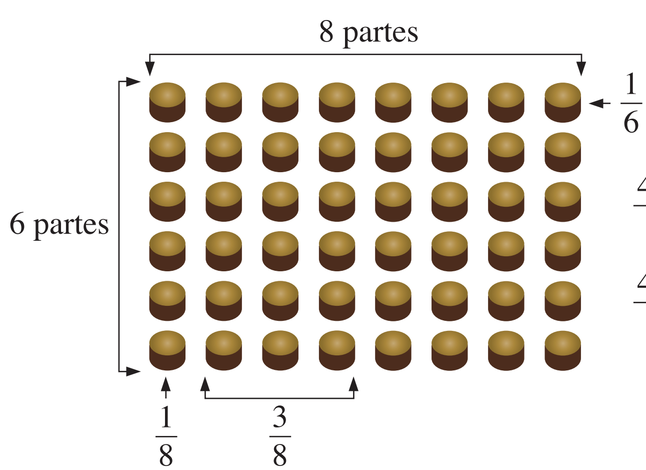
Isidora recibe 4 galletas y Laura 8.

Ejemplo

Una caja de chocolates contiene 48 piezas, el costo por pieza es \$3.50. Juan vende, tres octavos de los chocolates a \$5.00 cada uno y un sexto a \$6.00 cada uno. ¿Cuánto gana y cuántos chocolates sobran?

El problema lo resolvemos por pasos. Primero, encontramos el número de chocolates que Juan vende a \$5.00 y a \$6.00. Después, calculamos la ganancia y finalmente el número de chocolates que sobran.

Para visualizar mejor el problema, hacemos un dibujo.



$$\frac{48}{8} = 6 \longrightarrow \frac{1}{8} = 6 \longrightarrow \frac{3}{8} = \frac{1}{6} \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

$$\frac{48}{6} = 8 \longrightarrow \frac{1}{6} = 8$$

Para calcular el número de chocolates que Juan vende a \$5.00, dividimos el total de chocolates en 8 partes para conocer cuántos chocolates tiene un octavo. Después multiplicamos por tres para determinar el número de chocolates que hay en tres octavos.

$$\frac{48}{8} = 6 \longrightarrow \frac{1}{8} = 6 \longrightarrow \frac{3}{8} = \frac{1}{6} \times 3 = 6 \times 3 = 18 \text{ chocolates}$$

Para conocer el número de chocolates que vende a \$6.00, dividimos el total de chocolates en 6 partes, para determinar cuántos chocolates hay en un sexto.

$$\frac{48}{6} = 8 \longrightarrow \frac{1}{6} = 8 \text{ chocolates}$$

Ahora, calculamos lo que Juan gana por cada chocolate que vende.

A \$5.00 la ganancia es: \$5.00 – \$3.50 = \$1.50
A \$6.00 la ganancia es: \$6.00 – \$3.50 = \$2.50

Multiplicamos el ganancia por chocolate por el número de chocolates vendidos, para calcular lo que Juan gana.

A \$5.00 la ganancia es:	$\$1.50 \times 18 = \$27.00$
A \$6.00 la ganancia es:	$\$2.50 \times 6 = \$15.00$
La ganancia total es:	\$42.00

El número total de chocolates vendidos es 24 y el número total de chocolates que tiene la caja es 48, por lo cual sobran 24 chocolates.

El total de chocolates en la caja es:	48
El total de chocolates vendidos es:	– 24
El total de chocolates que sobran es:	24

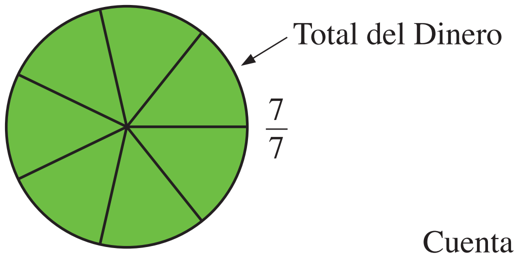
Ejemplo

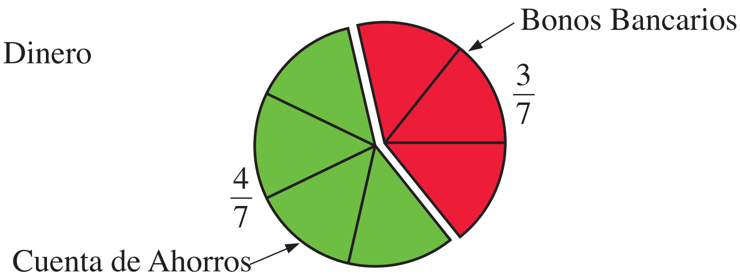
Matilde invierte tres séptimos de su dinero en bonos bancarios y el resto en una cuenta de ahorros. ¿Qué fracción de su dinero, está en la cuenta de ahorros?

En este problema no conocemos la cantidad de dinero que Matilde tiene. Solamente sabemos qué fracción de su dinero está invertido en bonos y qué fracción en la cuenta de ahorros. Como hablamos de fracciones, es decir, de dividir todo el dinero que tiene en partes iguales, el total de su dinero es 1, o sea, la unidad.

La unidad, puede expresarse como una fracción. Matilde dividió su dinero en séptimos, por lo cual la unidad la expresamos como:

$$1 = \frac{7}{7}$$





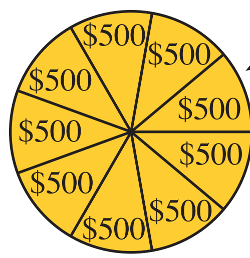
La fracción del dinero que Matilde tiene en la cuenta de ahorros, es la diferencia, entre el total de dinero, es decir, 1, y lo invertido en bonos.

$$\frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

Ejemplo.

Jorge ahorró durante el año $4,500.00. Gasta cuatro novenos de su dinero para comprar una bicicleta. ¿Cuánto le costó la bicicleta?

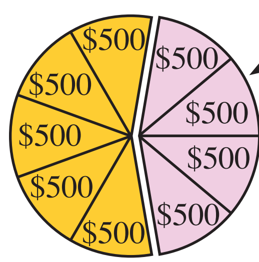
Jorge dividió su dinero en novenos.



Total del Dinero

$$\frac{1}{9} = \frac{\$4,500}{9} = \$500$$

Toma cuatro novenos para comprar la bicicleta.



Cuatro Novenos

$$\frac{4}{9} = \frac{1}{9} \times 4 = \$500 \times 4 = \$2,000.00$$

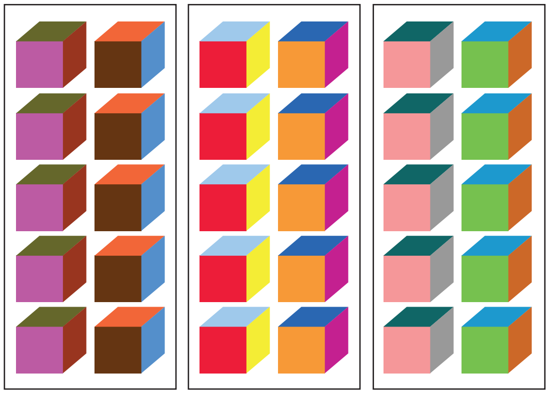
Ejemplo

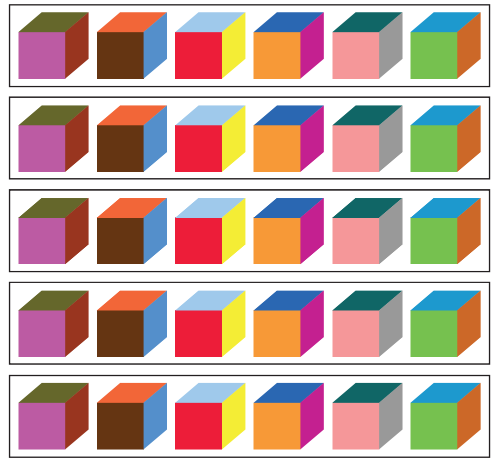
Un carpintero fabrica 30 cubos de colores. Un tercio de los cubos los vende a una escuela y dos quintos a una tienda de juguetes infantiles. Cada cubo lo vende a $26.50. ¿Cuánto dinero gana?

Primera forma de resolver el problema

El total de cubos, primero lo dividimos en tres partes iguales, para conocer cuántos cubos son un tercio. Después, el total de cubos lo dividimos en cinco partes iguales, para determinar cuántos cubos son dos quintos.

Para visualizar mejor el problema, hacemos un dibujo.





$\frac{30}{3} = 10 \longrightarrow \frac{1}{3} = 10$ cubos

$\frac{30}{5} = 6 \longrightarrow \frac{1}{5} = 6$ cubos

El total de cubos que vende es:

$\frac{1}{3} = 10$ cubos

$\frac{1}{5} = 6$ cubos $\longrightarrow \frac{2}{5} = 6 \times 2 = 12$ cubos $\longrightarrow$ Total $= 10 + 12 = 22$ cubos

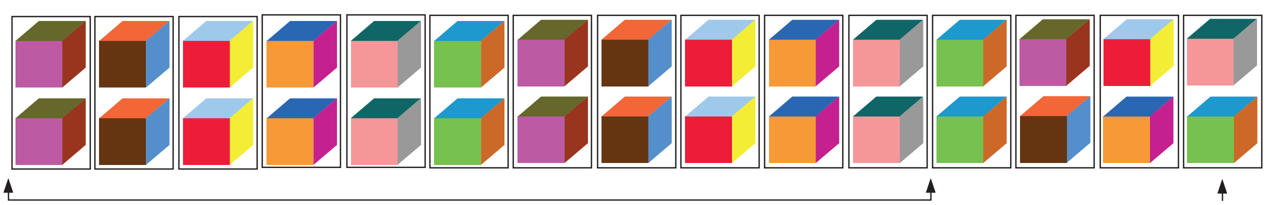
La ganancia total es: $26.50 × 22 = $583.00

Segunda forma de resolver el problema

Primero efectuamos la suma de las dos fracciones. El mínimo común denominador de 3 y 5 es 15.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} + \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

El carpintero vendió once quinceavos del total de cubos. Por lo cual, dividimos el total de cubos en 15 partes.



$\frac{11}{15}$ $\frac{1}{15}$

Un quinceavo son dos cubos, por lo tanto, el total de cubos que el carpintero vende son:

$$\frac{1}{15} = 2 \text{ cubos} \longrightarrow \frac{11}{15} = 2 \times 11 = 22 \text{ cubos}$$

Serie de Problemas

Resuelve los problemas. Usa una hoja aparte, para hacer las operaciones. Para entender mejor el problema, cuando sea posible, haz un dibujo. En algunos casos tienes que seguir varios pasos para obtener la respuesta.

1. El costo de un boleto para el cine es $60.00. Los niños pagan un tercio del precio. ¿Cuánto paga un niño?
   Respuesta.

2. Juan tiene 30 canicas, Lorenzo 45 y Santiago 15. Deciden regalarle cada uno una quinta parte de sus canicas a Ricardo. ¿Cuántas canicas recibe Ricardo?
   Respuesta.

3. Bartola pidió prestado $7,259.00. Ha pagado un séptimo de la deuda. ¿Cuánto debe todavía?
   Respuesta.

4. Alicia y Enrique organizan una fiesta. Invierten $3,000 en total. Un tercio del dinero lo gastan en la música. ¿Cuánto dinero les sobra para la comida y bebidas?
   Respuesta.

5. Un taxista cobra $4.00 por kilómetro recorrido en el día y $5.00 por kilómetro recorrido en la noche. Durante la semana recorrió un total de 1,665 kilómetros, de los cuales cuatro novenos los recorrió en la noche. ¿Cuántos kilómetros recorrió de noche y cuántos de día? ¿Cuánto ganó durante el día y cuánto durante la noche?
   Respuesta.

6. Una tienda compra un lote de 189 pares de zapatos. Tres séptimos del total de zapatos costó $127.00 el par y el resto costó $145.00 el par. ¿Cuánto pagó en total por el lote completo?
   Respuesta.

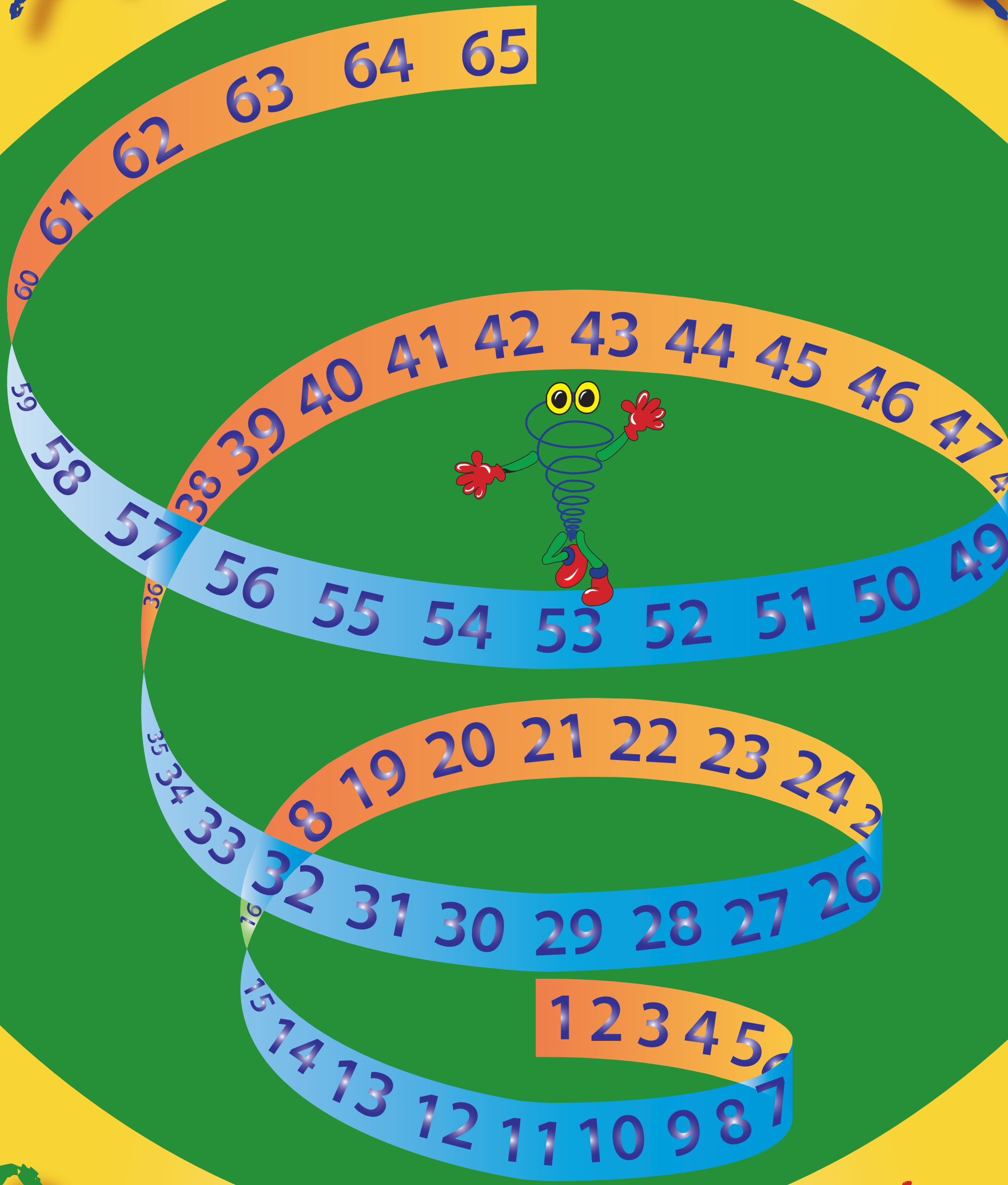
7. Un comerciante deposita en el banco seis onceavos del total de sus ventas. ¿Qué fracción de su dinero no la deposita?
   Respuesta.

8. José tiene 128 libros. Le regala a Rebeca un cuarto de sus libros y a su hermano Luis cinco octavos. ¿Cuántos libros le sobran?
   Respuesta.

9. Gloria tiene $18,000.00. La mitad de su dinero lo invierte en bonos bancarios y dos quintos en una inversión a corto plazo. ¿Cuánto dinero aún no invierte?
   Respuesta.

10. Una Iglesia está restaurando sus 13 lámparas. Cada una de las lámparas está formada de 12 vidrios. Un sexto de los vidrios lo dona un grupo parroquial, siete doceavos de los vidrios lo compran con el dinero de las limosnas. ¿Cuántos vidrios aún hacen falta?
    Respuesta.

Aritmética



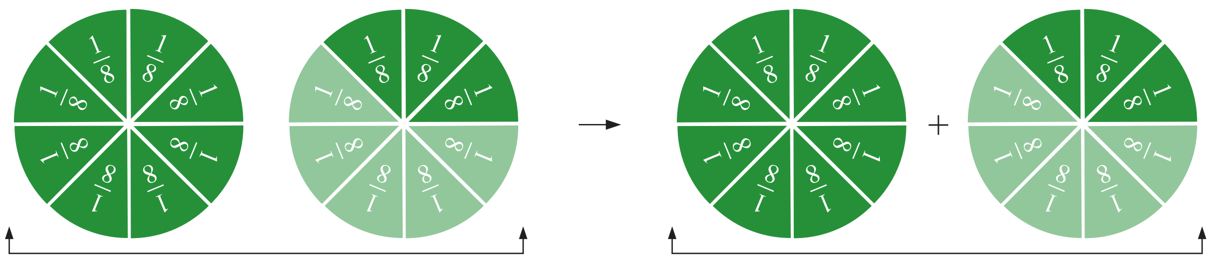
Quinto Año

MORENO

La Espiral Ascendente del Conocimiento

Notación de fracción mixta

Cuando una fracción es impropia, puede expresarse como la suma de un número entero y una fracción propia.



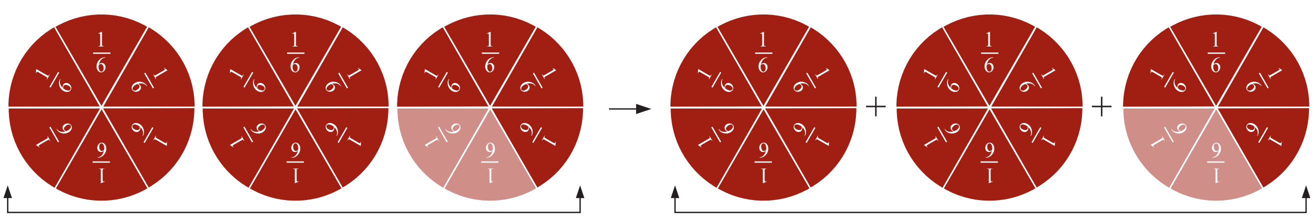
$$\frac{11}{8}$$

$$\frac{11}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = \underbrace{1 + \frac{3}{8} = 1\frac{3}{8}}_{\text{Notación mixta}}$$

En matemáticas, escribimos las expresiones en la forma más compacta posible, por eso, no escribimos el signo de más, sin embargo, sabemos que el número entero y la fracción se están sumando.

Ejemplo

Expresar en notación mixta la fracción impropia.



$$\frac{16}{6}$$

$$\frac{16}{6} = \frac{12}{6} + \frac{4}{6} = \underbrace{2 + \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}}_{\text{Notación mixta}}$$

El denominador de una fracción, indica el número de partes en que hemos dividido la unidad. Para expresar en notación mixta una fracción impropia, mentalmente encontramos el número de unidades que la forma y la fracción propia que sobra.

Ejemplo

Expresar en notación mixta las fracciones impropias.

$$\frac{21}{9} = \frac{18}{9} + \frac{3}{9} = 2 + \frac{3}{9} = 2\frac{3}{9} = 2\frac{1}{9}$$

$$\frac{30}{4} = \frac{28}{4} + \frac{2}{4} = 7 + \frac{2}{4} = 7\frac{2}{4} = 7\frac{1}{2}$$

$$\frac{47}{7} = \frac{42}{7} + \frac{5}{7} = 6 + \frac{5}{7} = 6\frac{5}{7}$$

$$\frac{68}{5} = \frac{65}{5} + \frac{3}{5} = 15 + \frac{3}{5} = 15\frac{3}{5}$$

$$\frac{63}{11} = \frac{55}{11} + \frac{8}{11} = 5 + \frac{8}{11} = 5\frac{8}{11}$$

$$\frac{142}{17} = \frac{136}{17} + \frac{6}{17} = 8 + \frac{6}{17} = 8\frac{6}{17}$$

Serie de ejercicios 1

Mentalmente haz las operaciones necesarias, para expresar en notación mixta las fracciones impropias. Cuando sea posible simplifica.

$$\frac{14}{4} = \frac{12}{4} + \frac{2}{4} = 3 + \frac{2}{4} = 3\frac{2}{4} = 3\frac{1}{2}$$

$$\frac{57}{2} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{49}{2} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{74}{3} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{58}{5} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{43}{9} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{47}{3} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{49}{4} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{36}{5} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{97}{4} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{34}{9} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{34}{7} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \quad \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{77}{14} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{40}{25} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{77}{25} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{78}{24} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{95}{31} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{82}{40} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{96}{22} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{90}{24} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{52}{16} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{95}{35} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{42}{12} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{55}{15} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{32}{18} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \quad + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Suma y resta de fracciones

Mínimo común múltiplo mentalmente

El mínimo común múltiplo de un conjunto de números, es el número más pequeño, que se divide en forma exacta, entre todos los números que forman el conjunto. El mínimo común múltiplo, es un número no primo, ya que es divisible entre uno o varios números.

Para sumar y restar fracciones, primero debemos determinar el mínimo común múltiplo, al que llamamos, mínimo común denominador. Cuando los números no son muy complicados, podemos hacerlo mentalmente.

Ejemplo

Encontrar mentalmente el mínimo común múltiplo de 2 y 3.

Cuando los números son primos, como es el caso de 2 y 3, el mínimo común múltiplo, lo encontramos multiplicándolos.

$$\text{mcm} = 2 \times 3 = 6 \quad \rightarrow \quad \frac{6}{2} = 3 \quad \rightarrow \quad \frac{6}{3} = 2$$

Ejemplo

Encontrar mentalmente el mínimo común múltiplo de 2 y 5.

2 y 5, son números primos, por lo cual, los multiplicamos, para encontrar el mínimo común múltiplo.

$$\text{mcm} = 2 \times 5 = 10 \quad \rightarrow \quad \frac{10}{2} = 5 \quad \rightarrow \quad \frac{10}{5} = 2$$

Ejemplo

Encontrar mentalmente el mínimo común múltiplo de 3 y 7.

$$\text{mcm} = 3 \times 7 = 21 \quad \rightarrow \quad \frac{21}{3} = 7 \quad \rightarrow \quad \frac{21}{7} = 3$$

Ejemplo

Encontrar mentalmente el mínimo común múltiplo de 2, 3 y 5.

Los tres número, 2, 3 y 5, son números primos, por lo cual, los multiplicamos, para encontrar el mínimo común múltiplo.

$$\text{mcm} = 2 \times 3 \times 5 = 30 \quad \rightarrow \quad \frac{30}{2} = 15 \quad \rightarrow \quad \frac{30}{3} = 10 \quad \rightarrow \quad \frac{30}{5} = 6$$

$$\text{mcm} = 45 \rightarrow \frac{45}{3} = 15 \rightarrow \frac{45}{5} = 9 \rightarrow \frac{45}{9} = 5$$

Ejemplo

Encontrar mentalmente el mínimo común múltiplo de 4, 6 y 8.

Los tres son números no primos. Utilizamos el mayor de los tres números, 8, para hacer algunos tanteos. Mentalmente, multiplicamos 8 por 2, 3, etcétera, hasta que encontramos el número que se divide en forma exacta entre 4 y 6. 16 se divide en forma exacta entre 4 pero no entre 6. El siguiente número es 24, que se divide en forma exacta entre 4 y 6, por lo tanto, el mínimo común múltiplo es 24.

$$\text{mcm} = 24 \rightarrow \frac{24}{4} = 6 \rightarrow \frac{24}{6} = 4 \rightarrow \frac{24}{8} = 3$$

Ejercicio

Encuentra mentalmente el mínimo común múltiplo de 3, 6 y 9. Demuestra que se divide en forma exacta entre 3, 6 y 9.

$$\text{mcm} = \qquad \rightarrow \frac{\quad}{3} = \qquad \rightarrow \frac{\quad}{6} = \qquad \rightarrow \frac{\quad}{9} =$$

Ejercicio

Encuentra mentalmente el mínimo común múltiplo de 5, 8 y 10. Demuestra que se divide en forma exacta entre 5, 8 y 10.

$$\text{mcm} = \qquad \rightarrow \frac{\quad}{5} = \qquad \rightarrow \frac{\quad}{8} = \qquad \rightarrow \frac{\quad}{10} =$$

Ejercicio

Encuentra mentalmente el mínimo de 6, 9 y 12. Demuestra que se divide en forma exacta entre 6, 9 y 12.

$$\text{mcm} = \qquad \rightarrow \frac{\quad}{6} = \qquad \rightarrow \frac{\quad}{9} = \qquad \rightarrow \frac{\quad}{12} =$$

Suma y resta de fracciones mentalmente

Cuando las fracciones son sencillas, podemos sumarlas o restarlas mentalmente, utilizando el método corto.

Recordemos que, cuando sumamos o restamos fracciones, al mínimo común múltiplo de los denominadores, le llamamos el mínimo común denominador.

Para efectuar la suma y resta de fracciones mentalmente, usando el método corto, utilizamos el siguiente procedimiento.

1. Encontrar mentalmente el mínimo común denominador.
2. Multiplicar mentalmente el numerador y el denominador de cada una de las fracciones, por la misma cantidad adecuada, para hacer que todas las fracciones tengan el mismo denominador, es decir, el mínimo común denominador.
3. Sumar y restar mentalmente el numerador de las fracciones.
4. Si la fracción que resulta es impropia, expresarla en notación mixta y simplificar.

Ejemplo

Restar mentalmente la fracción.

$$\begin{matrix}\text{Numerador} \rightarrow \\ \text{Denominador} \rightarrow\end{matrix} \frac{10}{6} - \frac{8}{9}$$

Paso 1 Encontrar mentalmente el mínimo común denominador.	9 y 6 son números no primos. Multiplicamos 9×2, obtenemos 18 que se divide en forma exacta entre 6, por lo tanto, 18 es el mínimo común denominador.
Paso 2 Multiplicar mentalmente el numerador y el denominador de cada una de las fracciones, por la misma cantidad adecuada, para hacer que todas las fracciones tengan el mismo denominador, es decir, el mínimo común denominador.	Multiplicamos mentalmente el numerador y el denominador de la primer fracción por 3 y el numerador y el denominador de la segunda fracción por 2. $\frac{10 \times 3}{6 \times 3} - \frac{8 \times 2}{9 \times 2} = \frac{30}{18} - \frac{16}{18}$
Paso 3 Sumar y restar mentalmente el numerador de las fracciones.	Mentalmente obtuvimos que los numeradores son 30 y 16, ahora, mentalmente los restamos. $\frac{10}{6} - \frac{8}{9} = \frac{30}{18} - \frac{16}{18} = \frac{14}{18}$
Paso 4 Si la fracción que resulta es impropia, expresarla en notación mixta y simplificar.	$\frac{30}{18} - \frac{16}{18} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$

En algunas ocasiones, es posible simplificar mentalmente la fracción antes de efectuar la suma o la resta.

El ejemplo anterior, también lo podemos resolver simplificando mentalmente la primer fracción, antes de efectuar la resta.

$$\frac{10}{6} - \frac{8}{9} = \frac{5}{3} - \frac{8}{9} = \frac{15}{9} - \frac{8}{9} = \frac{7}{9}$$

Serie de ejercicios 2

Efectúa mentalmente, las sumas y restas de fracciones. Cuando sea posible, expresa la fracción en notación mixta y simplifica.

$$\frac{7}{8} + \frac{9}{32} = \frac{28}{32} + \frac{9}{32} = \frac{37}{32} = 1\frac{5}{32}$$

$$\frac{22}{14} - \frac{9}{21} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{10}{4} + \frac{6}{20} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{30}{20} - \frac{15}{25} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{12}{25} + \frac{10}{50} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{12}{14} + \frac{14}{49} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{14}{6} - \frac{6}{27} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{9}{4} + \frac{14}{12} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{30}{25} - \frac{25}{30} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{12}{21} + \frac{62}{42} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{10}{6} - \frac{9}{42} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{10}{5} + \frac{8}{7} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{16}{6} - \frac{12}{16} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{12}{9} + \frac{25}{27} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{15}{6} - \frac{6}{16} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{16}{18} + \frac{15}{12} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{42}{21} - \frac{7}{49} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{7}{6} + \frac{32}{30} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{16}{30} + \frac{7}{6} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{50}{24} - \frac{15}{18} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{10}{3} - \frac{1}{21} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Suma y resta de fracciones usando el método corto

Hemos realizado mentalmente, suma y resta de fracciones, utilizando el método corto, ahora, lo haremos aplicando el algoritmo para conocer el mínimo común denominador.

Ejemplo

Efectuar la suma de fracciones.

$$\frac{5}{54}+\frac{11}{24}+\frac{10}{12}$$

La tercer fracción la simplificamos y utilizamos el algoritmo, para conocer el mínimo común denominador.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \leftarrow \text{1 vez} \\ 3 & 3 \leftarrow \text{1 vez} \\ & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \quad \text{3 veces} \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 54 & 2 \leftarrow \text{1 vez} \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \quad \text{3 veces} \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{mcd} = 2\times 2\times 2\times 3\times 3\times 3 = 216$$

Para que los denominadores de todas las fracciones sea 216, multiplicamos el numerador y denominador de la primer fracción por 4, los de la segunda fracción por 9 y los de la tercera fracción por 36.

$$\frac{5}{54}+\frac{11}{24}+\frac{5}{6}=\frac{5\times 4}{54\times 4}+\frac{11\times 9}{24\times 9}+\frac{5\times 36}{6\times 36}=\frac{20}{216}+\frac{99}{216}+\frac{180}{216}$$

Realizamos la suma de los numeradores, la expresamos en notación mixta y simplificamos.

$$\frac{20}{216}+\frac{99}{216}+\frac{180}{216}=\frac{299}{216}=\frac{216}{216}+\frac{83}{216}=1\,\frac{83}{216}$$

Ejemplo

Efectuar la suma y resta de fracciones.

$$\frac{22}{20}+\frac{14}{6}+\frac{15}{8}-\frac{21}{50}$$

Simplificamos las fracciones.

$$\frac{22}{20}+\frac{14}{6}+\frac{15}{8}-\frac{21}{50}=\frac{11}{10}+\frac{7}{3}+\frac{15}{8}-\frac{21}{50}$$

Utilizamos el algoritmo para conocer el mínimo común denominador.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \quad \text{3 veces} \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10 & 2 \leftarrow \text{1 vez} \\ 5 & 5 \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 50 & 2 \leftarrow \text{1 vez} \\ 25 & 5 \quad \text{2 veces} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{mcd} = 2\times 2\times 2\times 3\times 5\times 5 = 600$$

Para que los denominadores de todas las fracciones sea 600, multiplicamos el numerador y denominador de la primer fracción por 60, los de la segunda fracción por 200, los de la tercer fracción por 75 y los de la cuarta fracción por 12.

$$\frac{11}{10}+\frac{7}{3}+\frac{15}{8}-\frac{21}{50}=\frac{11\times 60}{10\times 60}+\frac{7\times 200}{3\times 200}+\frac{15\times 75}{8\times 75}-\frac{21\times 12}{50\times 12}=\frac{660}{600}+\frac{1{,}400}{600}+\frac{1{,}175}{600}-\frac{252}{600}$$

Sumamos los numeradores de las tres primeras fracciones.

$$\frac{660}{600}+\frac{1{,}400}{600}+\frac{1{,}175}{600}-\frac{252}{600}=\frac{3{,}235}{600}-\frac{252}{600}$$

Restamos los numeradores y expresamos el resultado en notación mixta.

$$\frac{3{,}235}{600}-\frac{252}{600}=\frac{2{,}983}{600}=\frac{2{,}400}{600}+\frac{583}{600}=4\,\frac{583}{600}$$

Ejemplo

Efectuar la suma y resta de fracciones.

$$3\,\frac{7}{36}+7\,\frac{14}{27}+2\,\frac{15}{8}-\frac{2}{3}$$

Las fracciones mixtas, las expresamos como la suma de la parte entera más la fraccionaria. Reordenamos la suma, escribiendo primero los números enteros y después las fracciones.

$$3\,\frac{7}{36}+7\,\frac{14}{27}+2\,\frac{15}{8}-\frac{2}{3}=3+\frac{7}{36}+7+\frac{14}{27}+2+\frac{15}{8}-\frac{2}{3}=3+7+2+\frac{7}{36}+\frac{14}{27}+\frac{15}{8}-\frac{2}{3}$$

Utilizamos el algoritmo para calcular el mínimo común denominador.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l}2\\2\\2\end{array}}\right\}\text{3 veces} \qquad \begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l}3\\3\\3\end{array}}\right\}\text{3 veces} \qquad \begin{array}{r|ll} 36 & 2 & \rbrace\ \text{2 veces} \\ 18 & 2 & \\ 9 & 3 & \rbrace\ \text{2 veces} \\ 3 & 3 & \\ 1 & & \end{array}$$

$$\text{mcd}=2\times 2\times 2\times 3\times 3\times 3=216$$

Sumamos los números enteros. Para que los denominadores de todas las fracciones sea 216, multiplicamos el numerador y denominador de la primer fracción por 6, los de la segunda fracción por 8, los de la tercer fracción por 27 y los de la cuarta fracción por 72.

$$12+\frac{7\times 6}{36\times 6}+\frac{14\times 8}{27\times 8}+\frac{15\times 27}{8\times 27}-\frac{2\times 72}{3\times 72}=12+\frac{42}{216}+\frac{112}{216}+\frac{405}{216}-\frac{144}{216}$$

Sumamos los numeradores de las tres primeras fracciones.

$$12+\frac{42}{216}+\frac{112}{216}+\frac{405}{216}-\frac{144}{216}=12+\frac{559}{216}-\frac{144}{216}$$

Restamos los numeradores de las fracciones y obtenemos la parte entera y fraccionaria del resultado.

$$12 + \frac{559}{216} - \frac{144}{216} = 12 + \frac{415}{216} = 12 + \frac{216}{216} + \frac{199}{216} = 12 + 1 + \frac{199}{216}$$

Sumamos los números enteros y expresamos el resultado en notación mixta.

$$12 + 1 + \frac{199}{216} = 13 + \frac{199}{216} = 13\frac{199}{216}$$

Ejercicio

Efectúa la suma y resta de fracciones, utilizando el método corto.

$$2\frac{7}{18} + 3\frac{9}{54} - \frac{25}{72} =$$

En algunas ocasiones, resulta conveniente utilizar el método tradicional para efectuar la suma y resta de fracciones.

El método tradicional, es equivalente al método corto. Es un procedimiento ordenado, que nos permite resolver cualquier suma o resta de fracciones. La diferencia más importante con el método corto, es que debemos siempre usar papel y lápiz al aplicarlo.

Suma y resta de fracciones usando el método tradicional

El algoritmo consiste de cuatro pasos.

1. Encontrar el mínimo común denominador.
2. Dividir el mínimo común denominador entre cada uno de los denominadores y el resultado, multiplicarlo por cada uno de los numeradores.
3. Sumar y restar los numeradores.
4. Si es posible, expresar el resultado en notación mixta y simplificar.

Ejemplo

Efectuar la suma de fracciones, utilizando el método tradicional.

$$\frac{7}{48} + \frac{15}{16} + \frac{11}{12} - \frac{5}{18}$$

No hay ninguna fracción que pudiera simplificarse.

Paso 1
Aplicamos el algoritmo, para conocer el mínimo común denominador.

$$\begin{array}{r|ll} 48 & 2 & \\ 24 & 2 & \\ 12 & 2 & \text{4 veces} \\ 6 & 2 & \\ 3 & 3 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|ll} 16 & 2 & \\ 8 & 2 & \text{4 veces} \\ 4 & 2 & \\ 2 & 2 & \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|ll} 12 & 2 & \text{2 veces} \\ 6 & 2 & \\ 3 & 3 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|ll} 18 & 2 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 9 & 3 & \text{2 veces} \\ 3 & 3 & \\ 1 & & \end{array}$$

$$\text{mcd} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$$

Paso 2
Dividir el mínimo común denominador entre cada uno de los denominadores y el resultado, multiplicarlo por cada uno de los numeradores.

$$\frac{7}{48} + \frac{15}{16} + \frac{11}{12} - \frac{5}{18} = \frac{7 \times 3 + 15 \times 9 + 11 \times 12 - 5 \times 8}{144} = \frac{21 + 135 + 132 - 40}{144}$$

$144 \div 18 = 8$
$144 \div 12 = 12$
$144 \div 16 = 9$
$144 \div 48 = 3$

Paso 3 Sumar y restar los numeradores.	$\frac{21 + 135 + 132 - 40}{144} = \frac{288 - 40}{144} = \frac{248}{144}$
Paso 4 Si es posible, expresar el resultado en notación mixta y simplificar.	$\frac{248}{144} = \frac{144}{144} + \frac{104}{144} = 1 + \frac{104}{144} = 1\frac{104}{144} = 1\frac{13}{18}$

Ejemplo

Efectuar la suma de fracciones, utilizando el método tradicional. Simplificar la tercer fracción.

$$\frac{24}{15} + \frac{23}{30} + \frac{30}{25} - \frac{9}{20} \quad \rightarrow \quad \frac{24}{15} + \frac{23}{30} + \frac{6}{5} - \frac{9}{20}$$

Paso 1
Aplicamos el algoritmo, para conocer el mínimo común denominador.

$$\begin{array}{r|ll} 15 & 3 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 5 & 5 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|ll} 30 & 2 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 15 & 3 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 5 & 5 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|ll} 5 & 5 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|ll} 20 & 2 & \text{2 veces} \\ 10 & 2 & \\ 5 & 5 & \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & & \end{array}$$

$$\text{mcd} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

Paso 2
Dividir el mínimo común denominador entre cada uno de los denominadores y el resultado, multiplicarlo por cada uno de los numeradores.

$$\frac{24}{15} + \frac{23}{30} + \frac{6}{5} - \frac{9}{20} = \frac{24 \times 4 + 23 \times 2 + 6 \times 12 - 9 \times 3}{60} = \frac{96 + 46 + 72 - 27}{60}$$

$60 \div 20 = 3$
$60 \div 5 = 12$
$60 \div 30 = 2$
$60 \div 15 = 4$

Serie de ejercicios 3

En tu cuaderno de trabajo efectúa, utilizando el método corto o el método tradicional, las sumas y restas de fracciones. Cuando sea posible, expresa la fracción en notación mixta y simplifica.

$$\frac{8}{45}+\frac{30}{75}+\frac{7}{9}=$$

$$\frac{38}{18}+\frac{21}{81}+\frac{10}{8}=$$

$$\frac{125}{120}+\frac{20}{8}+\frac{15}{36}=$$

$$\frac{27}{135}+\frac{40}{25}+\frac{15}{9}=$$

$$\frac{18}{27}+\frac{30}{162}+\frac{27}{18}=$$

$$\frac{90}{98}+\frac{35}{147}+\frac{15}{14}=$$

$$\frac{21}{20}+\frac{15}{8}-\frac{15}{25}=$$

$$\frac{12}{10}+\frac{25}{12}-\frac{18}{45}=$$

$$\frac{24}{63}+\frac{22}{21}-\frac{5}{14}=$$

$$\frac{24}{64}+\frac{10}{24}-\frac{16}{72}=$$

$$\frac{25}{24}+\frac{9}{20}-\frac{15}{40}=$$

$$\frac{14}{9}+\frac{17}{18}-\frac{18}{24}=$$

$$2\frac{748}{18}+3\frac{9}{54}+\frac{25}{72}-\frac{9}{24}=$$

$$1\frac{40}{45}+\frac{18}{15}+2\frac{9}{20}-\frac{18}{20}=$$

$$2\frac{54}{192}+1\frac{12}{96}+5\frac{3}{8}-\frac{15}{36}=$$

$$3\frac{14}{49}+2\frac{9}{14}+\frac{28}{21}-\frac{15}{9}=$$

$$1\frac{10}{16}+2\frac{18}{20}+1\frac{12}{25}-\frac{15}{25}=$$

$$2\frac{12}{48}+1\frac{14}{24}+7\frac{2}{36}-\frac{38}{18}=$$

$$2\frac{30}{64}+1\frac{18}{108}+3\frac{19}{96}-\frac{30}{32}=$$

$$5\frac{21}{162}+\frac{22}{36}+\frac{20}{16}-\frac{8}{18}=$$

$$1\frac{12}{81}+2\frac{15}{18}+6\frac{16}{36}-\frac{44}{54}=$$

$$3\frac{40}{125}+1\frac{12}{45}+4\frac{10}{12}-\frac{42}{36}=$$

$$3\frac{15}{54}+4\frac{21}{36}+1\frac{54}{243}-\frac{26}{36}=$$

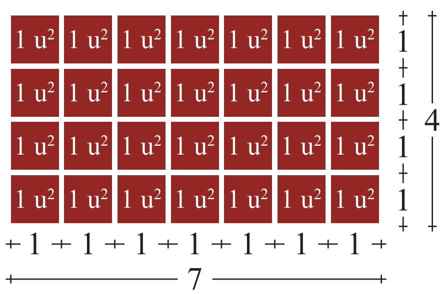
$$\frac{20}{144}+5\frac{26}{30}+2\frac{8}{45}-\frac{14}{15}=$$

$$2\frac{18}{96}+1\frac{20}{36}+\frac{21}{36}-\frac{15}{16}=$$

Multiplicación de fracciones

Concepto de la multiplicación de números naturales

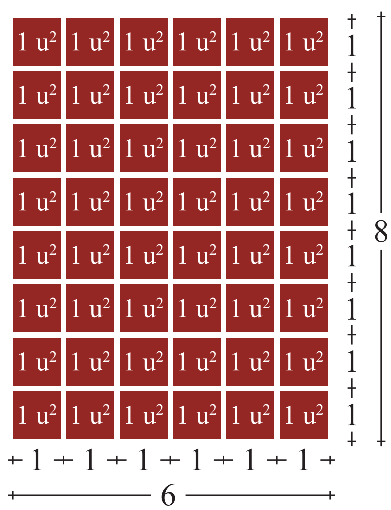
En segundo año, aprendimos que multiplicar dos números, es equivalente a sumar en forma rápida, el área de un rectángulo. De esta forma, creamos las tablas de multiplicar.



Área = 28 u^2 = 28 cuadritos

$7 \times 4 = 28$
$4 \times 7 = 28$

El área de un rectángulo cuya base mide 7 unidades y su altura 4 unidades, tiene un área de 28 unidades cuadradas, es decir, está formado de 28 cuadritos.



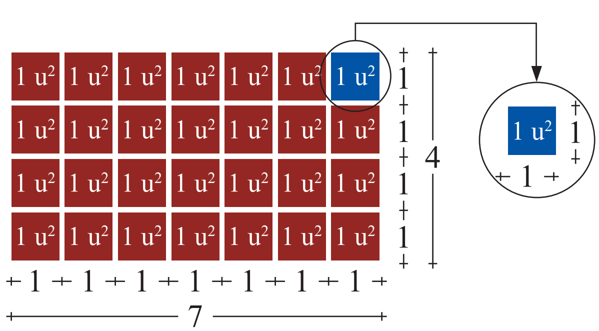
Área = 48 u^2 = 48 cuadritos

$6 \times 8 = 28$
$4 \times 7 = 28$

El área de un rectángulo cuya base mide 6 unidades y su altura 8 unidades, tiene un área de 48 unidades cuadradas, es decir, está formado de 48 cuadritos.

Concepto de la multiplicación de números fraccionarios

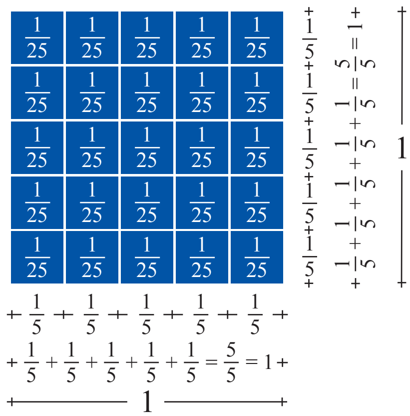
El concepto de la multiplicación de dos números fraccionarios, es el mismo que el de dos números naturales, solamente que, en lugar de formar el área por unidades enteras de área, la formamos por unidades de fracción de área.



Del área total del un rectángulo, solamente tomamos una unidad cuadrada.

Área = 1 u^2 = 1 cuadrito

$1 \times 1 = 1$



Área = 1 u² = 1 cuadrito

$$1 \times 1 = 1$$

$$\text{Área} = \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} = \frac{25}{25} = 1$$

$5 \times 5 = 25$ (numeradores)

$5 \times 5 = 25$ (denominadores)

Dentro de la unidad, hemos formado 25 fracciones, por lo cual, cada una de las fracciones, es 1 de 25.

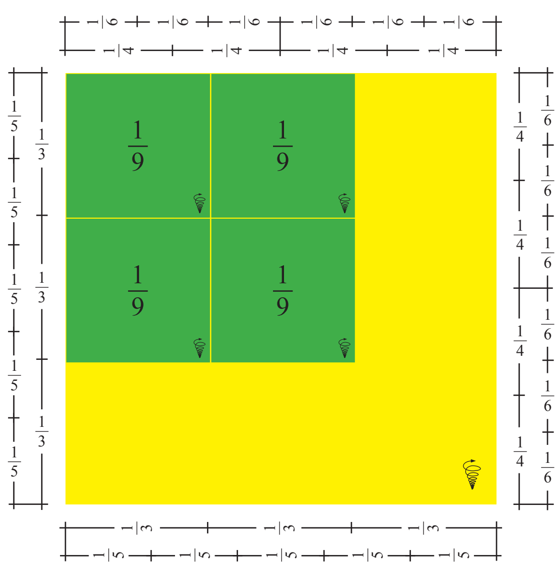
El área es 1 u^2, ya que, cada lado mide 1. El área también la podemos calcular, utilizando la notación de fracción. Al multiplicar las fracciones, nos damos cuenta que, para obtener el resultado, hemos multiplicado los numeradores y los denominadores.

Multiplicación de fracciones en forma geométrica

Multiplicar dos fracciones, es equivalente a sumar en forma rápida el área que forman. Para construir las tablas de multiplicar utilizamos la geometría, es decir, construimos el área y contamos el número de cuadritos que contiene. Para hacer multiplicación de fracciones, vamos a utilizar la misma estrategia.

Ejemplo

Utilizando las fracciones y el área del material didáctico complemento del libro, multiplicar geométricamente la fracción $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$. Demostrar que, para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores y los denominadores.



$$\text{Área} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

$2 \times 2 = 4$

$$\text{Área} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

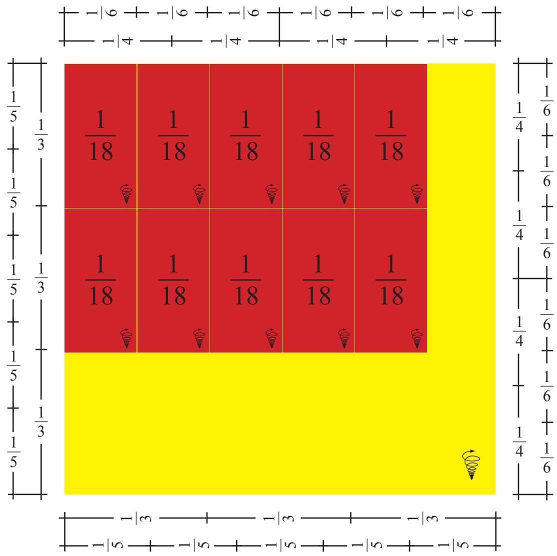
$3 \times 3 = 9$

Formamos el área que queremos multiplicar. Sumamos el área formada y hacemos la demostración, multiplicando los numeradores y los denominadores.

Ejemplo

Utilizando las fracciones y el área del material didáctico complemento del libro, multiplicar geométricamente la fracción $\frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$. Demostrar que, para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores y los denominadores.

Formamos el área que queremos multiplicar. Sumamos el área formada y hacemos la demostración, multiplicando los numeradores y los denominadores.



$$\text{Área} = \frac{10}{18}$$

$$\text{Área} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{18}$$

$$5 \times 2 = 10 \qquad 6 \times 3 = 18$$

Serie de ejercicios 4

Utilizando el material didáctico complemento del libro, multiplica geométricamente las fracciones. Para demostrar que para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores y los denominadores, multiplica los numeradores y los denominadores y comprueba el resultado calculando el área contando las fracciones.

$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{3} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{4} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{4}{5} \times \frac{3}{6} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{2}{6} \times \frac{3}{6} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{4}{5} \times \frac{2}{6} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{2}{5} \times \frac{5}{6} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{6} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{1}{3} \times \frac{4}{6} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{2}{6} \times \frac{4}{6} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{2}{6} \times \frac{2}{5} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{4}{6} \times \frac{5}{6} =$ $\longrightarrow$ Área =

$\frac{3}{5} \times \frac{4}{6} =$ $\longrightarrow$ Área =

Algoritmo para la multiplicación de fracciones

Como hemos comprobado geométricamente, para multiplicar dos o más fracciones aplicamos el siguiente algoritmo:

1. Multiplicamos los numeradores y los denominadores.
2. Si el resultado es una fracción impropia, la expresamos en notación mixta y simplificamos.

Ejemplo

Utilizando el algoritmo, multiplicar la fracción $\frac{21}{16} \times \frac{8}{7}$.

Paso 1 Multiplicamos los numeradores y los denominadores.	$\frac{21}{16} \times \frac{8}{7} = \frac{\overbrace{21 \times 8}^{21 \times 8}}{\underbrace{16 \times 7}_{16 \times 7}} = \frac{168}{112}$
Paso 2 Si el resultado es una fracción impropia, la expresamos en notación mixta y simplificamos.	$\frac{168}{112} = \frac{112}{112} + \frac{56}{112} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

Ejemplo

Utilizando el algoritmo, multiplicar la fracción $\frac{15}{8} \times \frac{10}{9} \times \frac{14}{3}$.

Paso 1 Multiplicamos los numeradores y los denominadores.	$\frac{15}{8} \times \frac{10}{9} \times \frac{14}{3} = \frac{\overbrace{15 \times 10 \times 14}^{15 \times 10 \times 14}}{\underbrace{8 \times 9 \times 3}_{8 \times 9 \times 3}} = \frac{2{,}100}{216}$
Paso 2 Si el resultado es una fracción impropia, la expresamos en notación mixta y simplificamos.	$\frac{2{,}100}{216} = \frac{1{,}944}{216} + \frac{156}{216} = 9 + \frac{13}{18} = 9\frac{13}{18}$

En la multiplicación de fracciones podemos simplificar el numerador y el denominador antes o después de efectuar la multiplicación.

Ejemplo

Simplificar el numerador y el denominador después y antes de efectuar la multiplicación, para comprobar que son procedimientos equivalentes.

Efectuamos las multiplicaciones y simplificamos.

$$\frac{25}{16} \times \frac{12}{5} = \frac{25 \times 12}{16 \times 5} = \frac{\overset{15}{\cancel{\overset{30}{\cancel{300}}}}}{\underset{4}{\cancel{\underset{8}{\cancel{80}}}}} \begin{matrix} \div 2 \\ \div 10 \\ \div 10 \\ \div 2 \end{matrix}$$

Expresamos el resultado en notación mixta.

$$\frac{15}{4} = \frac{12}{4} + \frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

Para simplificar antes de hacer la multiplicación, planteamos la multiplicación. Primero, simplificamos el 25 y el 5.

$$\frac{25}{16} \times \frac{12}{5} = \frac{\overset{5}{\cancel{25}} \times 12}{16 \times \underset{1}{\cancel{5}}}$$

Ahora simplificamos el 12 y el 16.

$$\frac{25}{16} \times \frac{12}{5} = \frac{\overset{5}{\cancel{25}} \times \overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{4}{\cancel{16}} \times \underset{1}{\cancel{5}}}$$

Efectúa la multiplicación y después simplifica la fracción.

$$\frac{45}{8} \times \frac{30}{36} \times \frac{24}{25} =$$

Expresa el resultado en notación mixta.

$$\frac{45}{8} \times \frac{30}{36} \times \frac{24}{25} =$$

Plantea la multiplicación y simplifica los términos.

$$\frac{45}{8} \times \frac{30}{36} \times \frac{24}{25} =$$

Expresa el resultado en notación mixta.

$$\frac{45}{8} \times \frac{30}{36} \times \frac{24}{25} =$$

Serie de ejercicios 5

Utilizando el algoritmo, multiplica las fracciones.

$$\frac{8}{15} \times \frac{25}{4} =$$

$$\frac{12}{14} \times \frac{21}{14} =$$

$$\frac{10}{13} \times \frac{26}{5} =$$

$$\frac{12}{21} \times \frac{14}{15} =$$

$$\frac{4}{6} \times \frac{16}{27} =$$

$$\frac{8}{24} \times \frac{10}{16} =$$

$$\frac{15}{35} \times \frac{24}{9} =$$

$$\frac{22}{9} \times \frac{21}{8} =$$

$$\frac{7}{18} \times \frac{27}{6} =$$

$$\frac{18}{5} \times \frac{16}{42} =$$

$$\frac{46}{50} \times \frac{15}{23} =$$

$$\frac{32}{27} \times \frac{105}{28} \times \frac{72}{21} =$$

$$\frac{20}{21} \times \frac{14}{24} \times \frac{63}{28} =$$

$$\frac{60}{54} \times \frac{9}{42} \times \frac{147}{28} =$$

$$\frac{32}{45} \times \frac{72}{20} \times \frac{25}{12} =$$

$$\frac{126}{36} \times \frac{50}{63} \times \frac{21}{45} =$$

$$\frac{98}{9} \times \frac{15}{21} \times \frac{24}{7} =$$

$$\frac{81}{32} \times \frac{24}{25} \times \frac{60}{54} =$$

$$\frac{28}{27} \times \frac{21}{16} \times \frac{32}{6} =$$

$$\frac{24}{15} \times \frac{40}{14} \times \frac{70}{21} =$$

$$\frac{45}{14} \times \frac{8}{15} \times \frac{49}{36} =$$

$$\frac{125}{20} \times \frac{216}{32} \times \frac{8}{27} =$$

$$\frac{28}{63} \times \frac{48}{9} \times \frac{36}{20} =$$

División de fracciones

Notación de la división de fracciones

La división de dos fracciones, la podemos indicar de dos formas diferentes.

Primera forma
Utilizando la notación de fracción.

Usamos una raya para indicar la fracción. Para evitar confusiones, a la raya que indica la división de las fracciones, le llamamos raya de quebrado principal.

$$\begin{array}{rcccl} \text{Numerador} \rightarrow & \dfrac{3}{5} & & \dfrac{4}{13} & \leftarrow \text{Numerador} \\ & \rule{2em}{0.4pt} & \leftarrow \text{Raya de quebrado principal} \rightarrow & \rule{2em}{0.4pt} & \\ \text{Denominador} \rightarrow & \dfrac{2}{7} & & \dfrac{15}{10} & \leftarrow \text{Denominador} \end{array}$$

Segunda forma
Utilizando el símbolo de división.

$$\begin{array}{rcl} \text{Numerador} \rightarrow & \dfrac{3}{5} & \\ & \rule{2em}{0.4pt} & \longrightarrow \dfrac{3}{5} \div \dfrac{2}{7} \\ \text{Denominador} \rightarrow & \dfrac{2}{7} & \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} \text{Numerador} \rightarrow & \dfrac{4}{13} & \\ & \rule{2em}{0.4pt} & \longrightarrow \dfrac{4}{13} \div \dfrac{15}{10} \\ \text{Denominador} \rightarrow & \dfrac{15}{10} & \end{array}$$

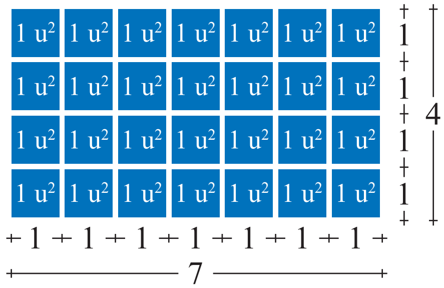
Para estudiar el concepto de la división de fracciones, primero vamos a repasar el concepto de la división de números naturales.

Concepto de la división de números enteros

En el tercer nivel de abstracción, estudiamos que la división es la operación inversa de la multiplicación. Multiplicar dos números es equivalente a sumar en forma rápida el área de un rectángulo. Dividir dos números consiste en separar el área de un rectángulo en áreas iguales, usando para ello la longitud de la base o la altura.

Utilizando esta estrategia construimos las tablas de dividir que son equivalentes a las tablas de multiplicar, solamente que debemos leerlas al revés, es decir, dada el área y uno de los lados conocer la longitud del otro lado.

Encontramos el valor de un área multiplicando la longitud de la base por la longitud de la altura, o la longitud de la altura por la longitud de la base.



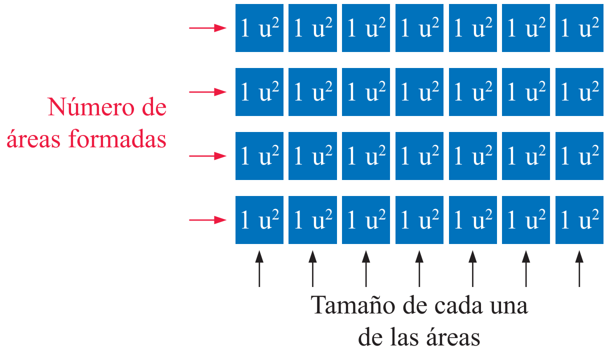
Área = 28 u² = 28 cuadritos

$7 \times 4 = 28$
$4 \times 7 = 28$

Hay dos formas en las cuales podemos interpretar geométricamente la división de números enteros.

Primera forma
Dividimos el área total en el número de áreas de igual tamaño que el denominador indica, y contamos el número de cuadritos que cada una tiene.

Dividimos el área total en 4 áreas de 7 cuadritos cada una.



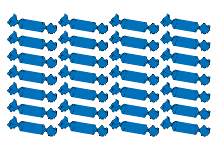
Área total

$$\frac{28}{4} = 7$$

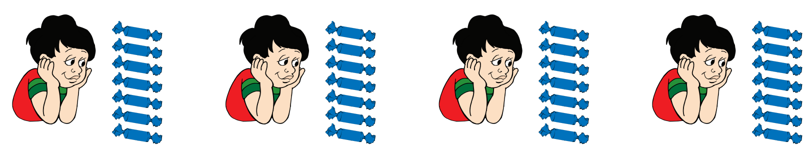
Tamaño de cada una de las áreas

Número de áreas formadas

Esta primera forma, es equivalente a decir, tenemos 28 dulces, los cuales repartimos a 4 niños, a cada uno de ellos le tocan 7 dulces.

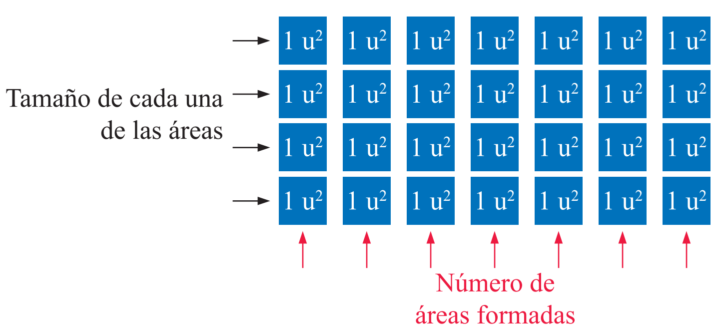


Número total de dulces



Número total de dulces → $\dfrac{28}{4} = 7$ ← Número de dulces a cada niño
Número de niños →

También, podemos dividir el área total, en 7 áreas de 4 cuadritos cada una.



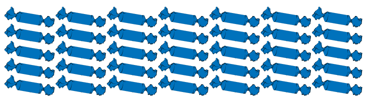
Área total

$$\frac{28}{7} = 4$$

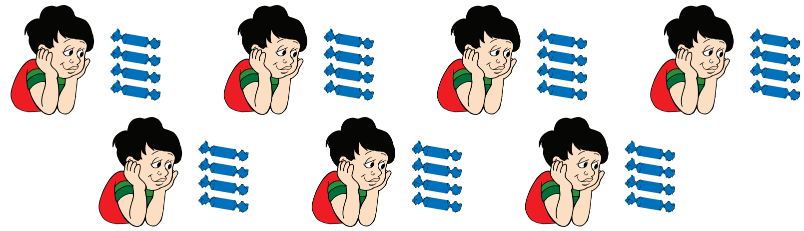
Tamaño de cada una de las áreas

Número de áreas formadas

También es equivalente a decir, tenemos 28 dulces los cuales repartimos a 7 niños, a cada uno de ellos le tocan 4 dulces.



Número total
de dulces



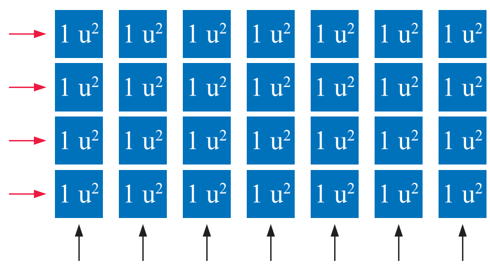
Número total de dulces → $\dfrac{28}{7} = 4$ ← Número de dulces a cada niño
Número de niños →

Segunda forma

Dividimos el área total en áreas del tamaño que el denominador indica, y contamos el número de áreas que hemos formado.

Dividimos el área total en áreas de 4 unidades cada una, formamos 7 áreas.

Tamaño de cada una
de las áreas



Número de
áreas formadas

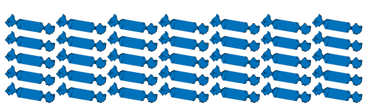
Área total

Número de áreas
formadas

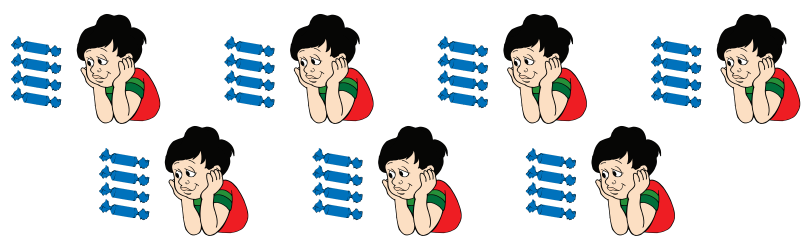
$\dfrac{28}{4} = 7$

Tamaño de cada una
de las áreas

Esta segunda forma, es equivalente a decir, tenemos 28 dulces, de los cuales le damos 4 dulces a cada niño, y los hemos repartido a 7 niños.



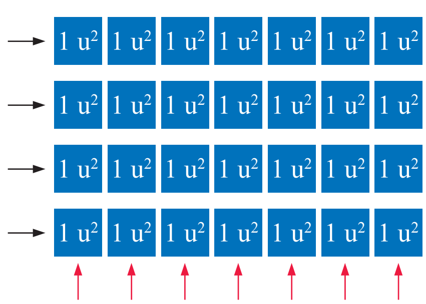
Número total
de dulces



Número total de dulces → $\dfrac{28}{4} = 7$ ← Número de niños
Número de dulces a cada niño →

También podemos dividir el área total, en áreas de 7 unidades cada una, formamos 4 áreas.

Número de
áreas formadas



Tamaño de cada una
de las áreas

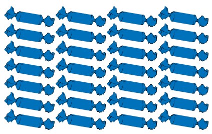
Área total

Número de áreas
formadas

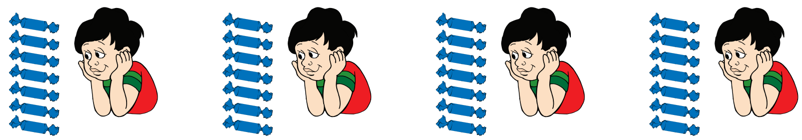
$\dfrac{28}{7} = 4$

Tamaño de cada una
de las áreas

También es equivalente a decir, tenemos 28 dulces de los cuales le damos 7 dulces a cada niño, y los hemos repartido a 4 niños.



Número total de dulces

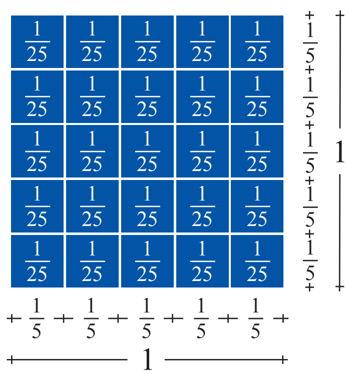


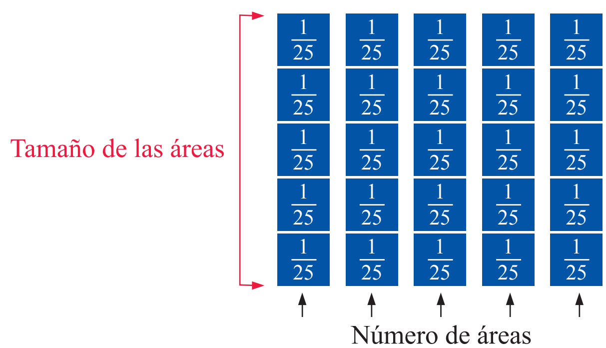
Número total de dulces → $\dfrac{28}{7} = 4$ ← Número de niños
Número de dulces a cada niño →

Concepto de la división de números fraccionarios

El concepto de la división de números fraccionarios lo estudiamos utilizando la segunda interpretación de la división de números enteros.

Dividir geométricamente fracciones consiste en separar el área total, indicada por el numerador, en conjuntos de áreas del tamaño que el denominador indica.





Numerador → $\dfrac{25}{25}$ Área total

Denominador → $\dfrac{5}{25}$ Tamaño de las áreas

$$\frac{\;\frac{25}{25}\;}{\frac{5}{25}} = 5 \leftarrow \text{Número de áreas}$$

Vamos a analizar el resultado que hemos obtenido.

El área total con la que contamos es 25 cuadritos de tamaño $\dfrac{1}{25}$ cada uno. La dividimos en conjuntos de áreas de 5 cuadritos de tamaño $\dfrac{1}{25}$ cada uno. Formamos 5 conjuntos.

Lo que geométricamente hemos dividido, lo podemos hacer aritméticamente multiplicando los extremos de las fracciones y dividiéndolo entre los medios.

Extremos

Medios

$$\frac{\;\frac{25}{25}\;}{\frac{5}{25}} = \frac{25 \times 25}{25 \times 5} = \frac{25}{5} = 5$$

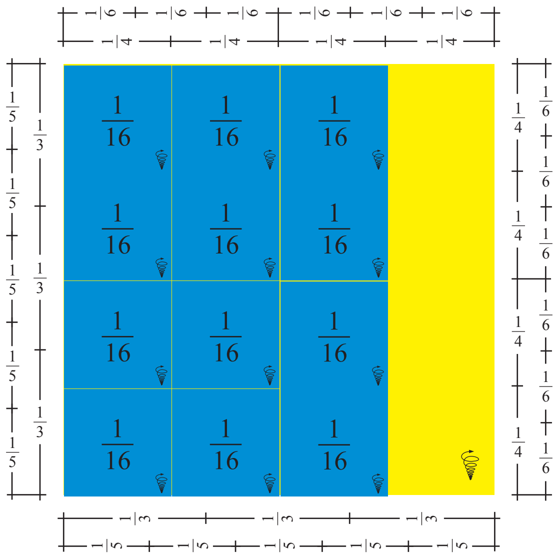
División de fracciones en forma geométrica

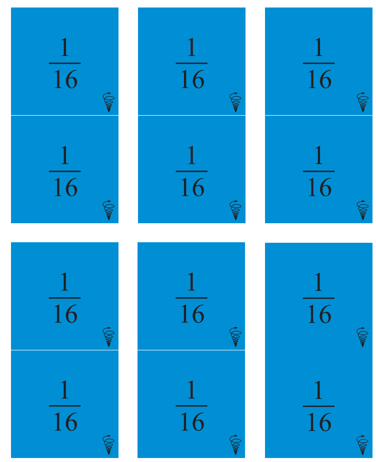
Dividir geométricamente consiste en separar áreas del tamaño que el denominador indique.

Ejemplo

Utilizando las fracciones del material didáctico complemento del libro, dividir geométricamente la fracción $\dfrac{12}{16} \div \dfrac{2}{16}$. Demostrar que para dividir fracciones se multiplican los extremos de las fracciones y se dividen entre los medios.

Tomamos 12 cuadritos de tamaño $\frac{1}{16}$ cada uno para formar el área que queremos dividir. El área la dividimos en conjuntos de áreas de 2 cuadritos de tamaño $\frac{1}{16}$ cada uno. Formamos 6 conjuntos.





$$\frac{\frac{12}{16}}{\frac{2}{16}} = 6$$

Vamos a demostrar que, para dividir fracciones aritméticamente, se multiplican los extremos de las fracciones y se dividen entre los medios.

Extremos

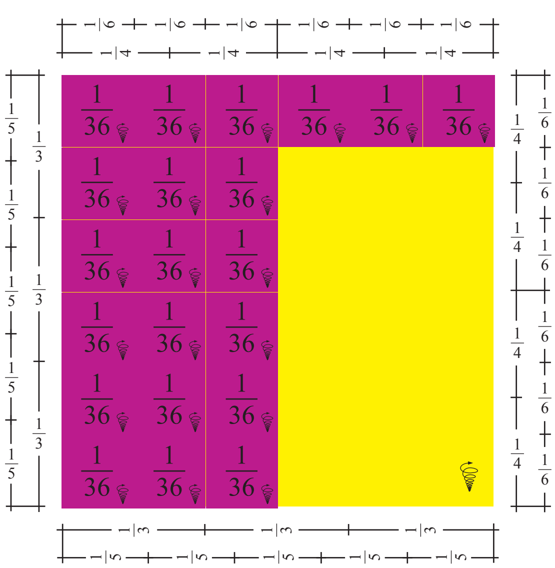
Medios

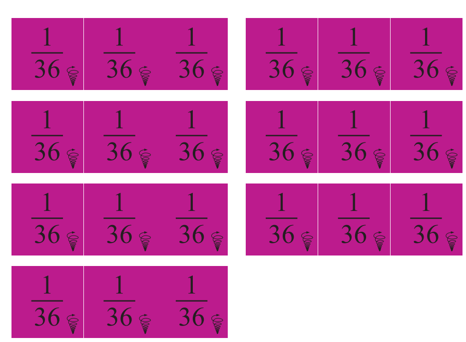
$$\frac{\frac{12}{16}}{\frac{2}{16}} = \frac{12 \times 16}{16 \times 2} = \frac{12}{2} = 6$$

Ejemplo

Utilizando las fracciones del material didáctico complemento del libro, dividir geométricamente la fracción $\frac{21}{36} \div \frac{3}{36}$. Demostrar que para dividir fracciones se multiplican los extremos de las fracciones y se dividen entre los medios.

Tomamos 21 cuadritos de tamaño $\frac{1}{36}$ cada uno, para formar el área que queremos dividir. El área la dividimos en conjuntos de áreas de 3 cuadritos de tamaño $\frac{1}{36}$ cada uno. Formamos 7 conjuntos.





$$\frac{\frac{21}{36}}{\frac{3}{36}} = 7$$

Utilizando la división geométrica, demostramos que, para dividir fracciones aritméticamente, se multiplican los extremos de las fracciones y se dividen entre los medios.

Extremos, Medios

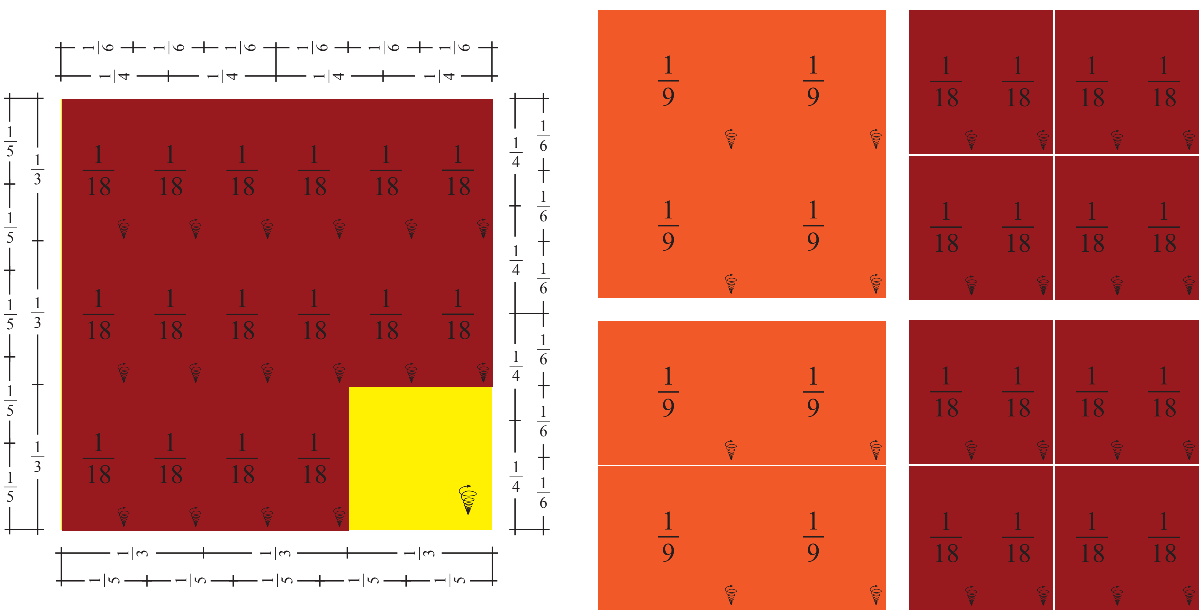
$$\frac{\frac{21}{36}}{\frac{3}{36}} = \frac{21 \times 36}{36 \times 3} = \frac{21}{3} = 7$$

Ejemplo

Utilizando las fracciones del material didáctico complemento del libro, dividir geométricamente la fracción $\frac{16}{18} \div \frac{4}{9}$. Demostrar que para dividir fracciones se multiplican los extremos de las fracciones y se dividen entre los medios.

El tamaño de las fracciones, es decir, sus denominadores son diferentes, por lo cual, utilizamos dos tipos de fracciones del material didáctico.

Tomamos 16 cuadritos de tamaño $\frac{1}{18}$ cada uno, para formar el área que queremos dividir. El área la dividimos en conjuntos de áreas de 4 cuadritos de tamaño $\frac{1}{9}$ cada uno. Formamos 2 conjuntos.



$$\frac{\frac{16}{18}}{\frac{4}{9}} = 2$$

Un área de tamaño $\frac{4}{9}$, es equivalente a un área de tamaño $\frac{8}{18}$.

Utilizando la división geométrica demostramos que para dividir fracciones aritméticamente se multiplican los extremos de las fracciones y se dividen entre los medios.

Extremos, Medios

$$\frac{\frac{16}{18}}{\frac{4}{9}} = \frac{16 \times 9}{18 \times 4} = \frac{4}{2} = 2$$

Serie de ejercicios 6

Utilizando el material didáctico complemento del libro, divide geométricamente las fracciones. Escribe el resultado. Utilizando el resultado que has obtenido, demuestra que, para dividir fracciones, se multiplican los extremos de las fracciones y se dividen entre los medios.

$\dfrac{\frac{6}{9}}{\frac{2}{9}} =$	Extremos Medios $\dfrac{\frac{6}{9}}{\frac{2}{9}} =$
$\dfrac{\frac{9}{12}}{\frac{3}{12}} =$	Extremos Medios $\dfrac{\frac{9}{12}}{\frac{3}{12}} =$
$\dfrac{\frac{8}{9}}{\frac{2}{9}} =$	Extremos Medios $\dfrac{\frac{8}{9}}{\frac{2}{9}} =$
$\dfrac{\frac{10}{12}}{\frac{2}{12}} =$	Extremos Medios $\dfrac{\frac{10}{12}}{\frac{2}{12}} =$
$\dfrac{\frac{15}{16}}{\frac{3}{16}} =$	Extremos Medios $\dfrac{\frac{15}{16}}{\frac{3}{16}} =$
$\dfrac{\frac{18}{30}}{\frac{2}{30}} =$	Extremos Medios $\dfrac{\frac{18}{30}}{\frac{2}{30}} =$
$\dfrac{\frac{16}{18}}{\frac{4}{18}} =$	Extremos Medios $\dfrac{\frac{16}{18}}{\frac{4}{18}} =$
$\dfrac{\frac{20}{36}}{\frac{5}{36}} =$	Extremos Medios $\dfrac{\frac{20}{36}}{\frac{5}{36}} =$
$\dfrac{\frac{10}{16}}{\frac{5}{16}} =$	Extremos Medios $\dfrac{\frac{10}{16}}{\frac{5}{16}} =$

$$\frac{\frac{15}{36}}{\frac{3}{36}} =$$

$$\frac{\frac{12}{18}}{\frac{3}{18}} =$$

$$\frac{\frac{26}{36}}{\frac{2}{36}} =$$

$$\frac{\frac{25}{30}}{\frac{5}{30}} =$$

$$\frac{\frac{14}{18}}{\frac{2}{18}} =$$

$$\frac{\frac{8}{9}}{\frac{8}{36}} =$$

$$\frac{\frac{15}{30}}{\frac{3}{30}} =$$

$$\frac{\frac{28}{36}}{\frac{2}{18}} =$$

$$\frac{\frac{6}{9}}{\frac{4}{18}} =$$

Extremos Medios $$\frac{\frac{15}{36}}{\frac{3}{36}} =$$

Extremos Medios $$\frac{\frac{12}{18}}{\frac{3}{18}} =$$

Extremos Medios $$\frac{\frac{26}{36}}{\frac{2}{36}} =$$

Extremos Medios $$\frac{\frac{25}{30}}{\frac{5}{30}} =$$

Extremos Medios $$\frac{\frac{14}{18}}{\frac{2}{18}} =$$

Extremos Medios $$\frac{\frac{8}{9}}{\frac{8}{36}} =$$

Extremos Medios $$\frac{\frac{15}{30}}{\frac{3}{30}} =$$

Extremos Medios $$\frac{\frac{28}{36}}{\frac{2}{18}} =$$

Extremos Medios $$\frac{\frac{6}{9}}{\frac{4}{18}} =$$

Algoritmos para la división de fracciones

La división de fracciones, la podemos expresar de dos formas diferentes: utilizando la notación de fracción, o usando el símbolo de división. De igual manera, para realizar la división de fracciones, lo podemos hacer usando cualquiera de estas dos formas.

Algoritmo de la división utilizando notación de fracción

Con la ayuda del material didáctico complemento del libro, hemos demostrado el algoritmo para dividir dos fracciones expresadas en notación de fracción. Consiste de tres pasos.

1. Se plantea la multiplicación de los extremos de las fracciones, es decir, el numerador de la fracción que está en el numerador y el denominador de la fracción del denominador.
2. Se simplifican los términos de las multiplicaciones y se realiza la multiplicación.
3. Si es posible, se expresa el resultado en notación mixta y se simplifica.

Ejemplo

Aplicando el algoritmo, efectuar la división de fracciones $\dfrac{\frac{25}{24}}{\frac{9}{48}}$, expresadas en notación de fracción.

Paso 1 Se plantea la multiplicación de los extremos de las fracciones, es decir, el numerador de la fracción que está en el numerador y el denominador de la fracción del denominador.	Extremos Medios $\dfrac{\frac{15}{24}}{\frac{9}{48}} = \dfrac{15 \times 48}{24 \times 9}$
Paso 2 Se simplifican los términos de las multiplicaciones y se realiza la multiplicación.	Extremos Medios $\dfrac{\frac{15}{24}}{\frac{9}{48}} = \dfrac{15 \times 48}{24 \times 9} = \dfrac{5 \times 2}{1 \times 3} = \dfrac{10}{3}$
Paso 3 Si es posible, se expresa el resultado en notación mixta y se simplifica.	Extremos Medios $\dfrac{\frac{15}{24}}{\frac{9}{48}} = \dfrac{15 \times 48}{24 \times 9} = \dfrac{5 \times 2}{1 \times 3} = \dfrac{10}{3} = \dfrac{9}{3} + \dfrac{1}{3} = 3 + \dfrac{1}{3} = 3\dfrac{1}{3}$

Ejemplo

Aplicando el algoritmo, efectuar la división de fracciones $\dfrac{\frac{49}{35}}{\frac{72}{64}}$, expresadas en notación de fracción.

Paso 1 Se plantea la multiplicación de los extremos de las fracciones, es decir, el numerador de la fracción que está en el numerador y el denominador de la fracción del denominador.	Extremos Medios $\dfrac{\frac{49}{35}}{\frac{72}{64}} = \dfrac{49 \times 64}{35 \times 72}$
Paso 2 Se simplifican los términos de las multiplicaciones y se realiza la multiplicación.	Extremos Medios $\dfrac{\frac{49}{35}}{\frac{72}{64}} = \dfrac{49 \times 64}{35 \times 72} = \dfrac{7 \times 8}{5 \times 9} = \dfrac{56}{45}$
Paso 3 Si es posible, se expresa el resultado en notación mixta y se simplifica.	Extremos Medios $\dfrac{\frac{49}{35}}{\frac{72}{64}} = \dfrac{49 \times 64}{35 \times 72} = \dfrac{7 \times 8}{5 \times 9} = \dfrac{56}{45} = \dfrac{45}{45} + \dfrac{11}{45} = 1 + \dfrac{11}{45} = 1\dfrac{11}{45}$

Serie de ejercicios 7

Aplicando el algoritmo divide las fracciones expresadas en notación de fracción.

Extremos Medios

$$\frac{\frac{60}{40}}{\frac{3}{27}} =$$

Extremos Medios

$$\frac{\frac{36}{54}}{\frac{96}{64}} =$$

Extremos Medios

$$\frac{\frac{72}{120}}{\frac{32}{30}} =$$

Extremos Medios

$$\frac{\frac{30}{25}}{\frac{120}{125}} =$$

Extremos Medios

$$\frac{\frac{147}{3}}{\frac{49}{15}} =$$

Extremos Medios

$$\frac{\frac{75}{12}}{\frac{135}{81}} =$$

Extremos Medios

$$\frac{\frac{108}{98}}{\frac{36}{28}} =$$

Extremos Medios

$$\frac{\frac{54}{32}}{\frac{81}{96}} =$$

Extremos Medios

$$\frac{\frac{40}{81}}{\frac{25}{30}} =$$

$$\text{Extremos}\quad \text{Medios}\quad \dfrac{\;\frac{60}{135}\;}{\;\frac{40}{162}\;} =$$

$$\text{Extremos}\quad \text{Medios}\quad \dfrac{\;\frac{125}{18}\;}{\;\frac{150}{147}\;} =$$

$$\text{Extremos}\quad \text{Medios}\quad \dfrac{\;\frac{162}{75}\;}{\;\frac{108}{45}\;} =$$

$$\text{Extremos}\quad \text{Medios}\quad \dfrac{\;\frac{98}{81}\;}{\;\frac{63}{36}\;} =$$

$$\text{Extremos}\quad \text{Medios}\quad \dfrac{\;\frac{32}{63}\;}{\;\frac{100}{140}\;} =$$

$$\text{Extremos}\quad \text{Medios}\quad \dfrac{\;\frac{135}{36}\;}{\;\frac{130}{60}\;} =$$

Algoritmo de la división utilizando el símbolo de división

Ayudados de la división geométrica de fracciones, hemos demostrado que dividir dos fracciones expresadas en notación de fracción, es equivalente a multiplicar los extremos y el resultado dividirlo entre los medios. Ahora bien, usando esta demostración, vamos a dividir fracciones expresadas con el símbolo de división.

Ejemplo

Dividir las fracciones, usando notación de fracción y el símbolo de división.

$$\text{Extremos}\quad \text{Medios}\quad \dfrac{\;\frac{3}{7}\;}{\;\frac{4}{5}\;} = \dfrac{3 \times \boxed{5}}{7 \times \boxed{4}} = \dfrac{15}{28} \longrightarrow$$

Cambiamos el signo de ÷ por el signo de ×

$$\dfrac{\;\frac{3}{7}\;}{\;\frac{4}{5}\;} = \frac{3}{7} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{7} \times \boxed{\frac{5}{4}} = \frac{3 \times 5}{7 \times 4} = \frac{15}{28}$$

Le damos la vuelta a la fracción

Multiplicar por los extremos y dividir entre los medios, es equivalente a cambiar el signo de división por el de multiplicación, y darle la vuelta a la segunda fracción. A esta forma de efectuar la división de fracciones, le llamamos la ley de la tortilla.

La ley de la tortilla

Para calentar una tortilla la ponemos en un comal, la calentamos de un lado y luego le damos la vuelta para calentarla del otro. Como hemos demostrado en el ejemplo anterior, para dividir dos fracciones, cambiamos el signo de la división por el de multiplicación y le damos la vuelta a la segunda fracción. Para que sea fácil recordar la división de fracciones, a esta forma de hacerla, le llamamos la ley de la tortilla, ya que tanto al calentar una tortilla como al hacer una división de fracciones, le damos la vuelta.

El algoritmo para aplicar la ley de la tortilla, cuando la división de fracciones está expresada con el símbolo de división, consta de tres pasos:

1. Cambiar el signo de división por el de multiplicación. Darle la vuelta a la segunda fracción.
2. Plantear la multiplicación de fracciones, simplificar los términos y multiplicarlos.
3. Si es posible, expresar el resultado en notación mixta y simplificar.

Ejemplo

Demostrar que, multiplicar los extremos y dividir el resultado entre los medios de la fracción $\dfrac{\frac{20}{27}}{\frac{4}{3}} = \dfrac{20}{27} \div \dfrac{4}{3}$, es equivalente a aplicar la ley de la tortilla.

Extremos

Medios

$$\frac{\frac{20}{27}}{\frac{4}{3}} = \frac{20 \times \boxed{3}}{27 \times \boxed{4}} = \frac{5 \times 1}{9 \times 1} = \frac{5}{9} \longrightarrow$$

Cambiamos el signo
de ÷ por el signo de ×

$$\frac{20}{27} \div \frac{4}{3} = \frac{20}{27} \times \boxed{\frac{3}{4}} = \frac{20 \times 3}{27 \times 4} = \frac{5 \times 1}{9 \times 1} = \frac{5}{9}$$

Le damos la vuelta
a la fracción

Ejercicio

Demuestra que, multiplicar los extremos y dividir el resultado entre los medios de la fracción $\dfrac{\frac{81}{35}}{\frac{18}{15}} = \dfrac{81}{35} \div \dfrac{18}{15}$, es equivalente a aplicar la ley de la tortilla.

Extremos

Medios

$$\frac{\frac{81}{35}}{\frac{18}{15}} =$$

Cambiamos el signo
de ÷ por el signo de ×

$$\frac{81}{35} \div \frac{18}{15} =$$

Le damos la vuelta
a la fracción

Ejemplo

Efectuar la división de las fracciones $\frac{96}{36} \div \frac{64}{108}$ primero usando la ley de la tortilla y después el algoritmo cuando la división se expresa en notación de fracción. Verificar que el resultado es el mismo.

Ley de la tortilla

Paso 1 Cambiar el signo de división por el de multiplicación. Darle la vuelta a la segunda fracción.	$\frac{96}{36} \div \frac{64}{108} = \frac{96}{36} \times \frac{108}{64}$
Paso 2 Plantear la multiplicación de fracciones, simplificar los términos y multiplicarlos.	$\frac{96}{36} \div \frac{64}{108} = \frac{96}{36} \times \frac{108}{64} = \frac{96 \times 108}{36 \times 64} = \frac{3 \times 3}{1 \times 2} = \frac{9}{2}$

Paso 3
Si es posible, expresar el resultado en notación mixta y simplificar.

$$\frac{96}{36} \div \frac{64}{108} = \frac{96}{36} \times \frac{108}{64} = \frac{96 \times 108}{36 \times 64} = \frac{3 \times 3}{1 \times 2} = \frac{9}{2} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

Algoritmo utilizando notación de fracción

$$\frac{96}{36} \div \frac{64}{108} = \frac{\frac{96}{36}}{\frac{64}{108}} = \frac{96 \times 108}{36 \times 64} = \frac{3 \times 3}{1 \times 2} = \frac{9}{2} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

Serie de ejercicios 8

Efectúa las divisiones utilizando la ley de la tortilla.

$\frac{64}{40} \div \frac{108}{60} =$

$\frac{27}{64} \div \frac{63}{96} =$

$\frac{150}{120} \div \frac{25}{30} =$

$\frac{72}{21} \div \frac{32}{49} =$

$\frac{147}{12} \div \frac{49}{81} =$

$\frac{15}{75} \div \frac{63}{135} =$

$$\frac{28}{81} \div \frac{36}{54} =$$

$$\frac{96}{98} \div \frac{32}{108} =$$

$$\frac{162}{25} \div \frac{27}{8} =$$

$$\frac{81}{60} \div \frac{30}{40} =$$

$$\frac{75}{18} \div \frac{45}{147} =$$

$$\frac{125}{36} \div \frac{150}{81} =$$

$$\frac{98}{45} \div \frac{63}{75} =$$

$$\frac{100}{36} \div \frac{140}{60} =$$

$$\frac{130}{32} \div \frac{135}{63} =$$

$$\frac{216}{28} \div \frac{32}{98} =$$

$$\frac{42}{28} \div \frac{45}{40} =$$

$$\frac{144}{60} \div \frac{63}{54} =$$

Serie de problemas

Resuelve los problemas. Usa una hoja aparte, para hacer las operaciones. Para entender mejor el problema, cuando sea posible, hace un dibujo. En algunos casos, tienes que seguir varios pasos para obtener la respuesta.

1. Rebeca compra 4 metros de listón. Tres quintas partes del listón las usa para envolver regalos. ¿Cuánto listón le sobró?

   Respuesta.

2. Juan compró una bicicleta en oferta. El precio regular es $2,368. Le descontaron un tercio del precio regular. ¿Cuánto pagó en total?

   Respuesta.

3. Tres amigos organizaron una rifa. Cada uno recibió 48 boletos para vender. Arturo vendió dos tercios del total de sus boletos, Enrique cinco sextos y Mario tres cuartos. ¿Cuántos boletos vendió cada uno?

   Respuesta.

4. En una fábrica hacen un estudio para medir la longitud de cadena que un trabajador logra hacer en un minuto. El trabajador 1 construye cinco sextos de metro, el trabajador 2 dos tercios, el trabajador 3 cuatro novenos, y el trabajador 4 medio metro. ¿Qué longitud de cadena construyeron entre los cuatro?

   Respuesta.

5. Lupita tiene $3\frac{3}{4}$ kilogramos de harina para hacer tres pasteles. ¿Con cuánta harina cuenta para cada uno de los pasteles?

   Respuesta.

6. En las carreras de atletismo de la escuela, Pedro recorrió 400 metros en $1\frac{6}{14}$ minutos. ¿En cuánto tiempo recorrió los primeros 100 metros?

   Respuesta.

7. En una competencia de natación, Luis nadó $3\frac{7}{9}$ kilómetros, y Daniel nadó $4\frac{1}{18}$ kilómetros. ¿Por qué distancia Daniel ganó la competancia?

   Respuesta.

8. En una carpintería tienen un pedazo de madera que mide $5\frac{1}{2}$ metros. Quieren cortarla en 4 pedazos iguales. ¿De qué tamaño debe ser cada pedazo?

   Respuesta.

9. Alejandra ahorró $2,400 para gastar durante sus vacaciones. Gastó $\frac{3}{8}$ en regalos, $\frac{1}{12}$ en dulces, $\frac{5}{24}$ para la gasolina y $\frac{1}{6}$ en gastos extras. ¿Cuánto dinero le sobró?

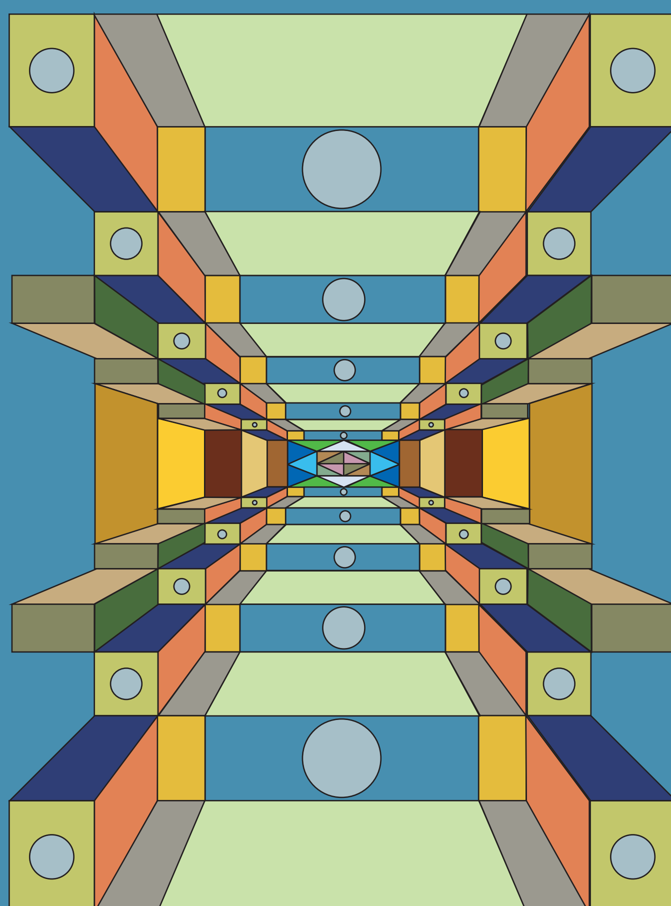
   Respuesta.

Matemáticas

Integración del Conocimiento

Aritmético

Séptimo Nivel de Abstracción



MORENO

Serie de Ejercicios 7

Resuelve los problemas.

1. En una tienda tienen 57 kilogramos de maíz y venden dos tercios. ¿Cuántos kilogramos les sobran?
2. Juan tiene una caja de chocolates con 72 barritas. Regala cinco octavos de los chocolates. ¿Cuántas barritas de chocolate le sobran?
3. Una tienda recibe 135 pares de zapatos. Siete novenos de los pares son para mujer. ¿Cuántos pares de zapatos recibió para hombre?
4. En la línea de producción de una fábrica de radios trabajan 154 obreros. El lunes faltaron cinco catorceavos de los trabajadores. ¿Con cuántos trabajadores cuenta la fábrica?
5. Un saco de frijoles tiene 144 kilogramos. Por cada kilo de frijol que la tienda vende gana $3.50. Si venden siete novenos del saco, ¿cuánto dinero ganan?
6. ¿Cuántos minutos son nueve décimos de hora?
7. ¿Cuántos centímetros son tres quintos de metro?
8. 117 alumnos hicieron el examen de matemáticas, cinco novenos de los alumnos aprobaron el examen. ¿Cuántos alumnos reprobaron?
9. A un paseo de la escuela asistieron 180 alumnos. El costo por alumno es de $30.00. Siete doceavos de los alumnos pagaron la cuota completa y el resto pagó solamente dos tercios del costo. ¿Cuántos dinero recuperó la escuela?
10. Una fábrica produce 583 barriles de aceite de oliva. El costo de venta por barril es de $1,855.00. Siete onceavos de los barriles los cobra al precio de venta y el resto a cuatro quintos del precio. ¿Cuántos dinero cobra?

Notación de fracción mixta

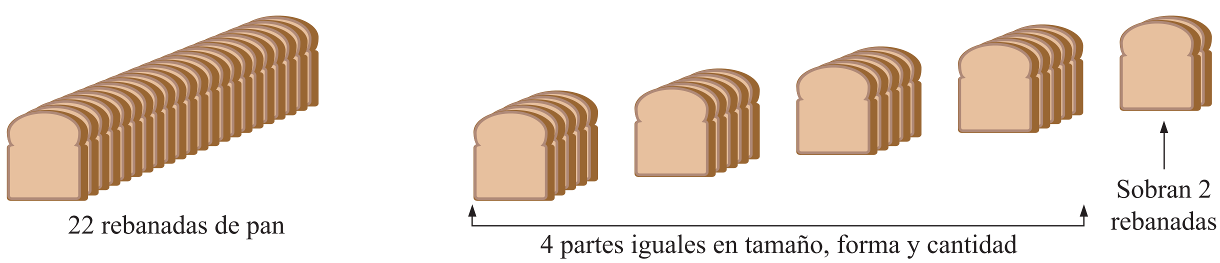
En algunas ocasiones, al fraccionar una unidad compuesta, tenemos un residuo, es decir, partes que a su vez tenemos que fraccionar para poder distribuirlas de tal forma, que permitan que todas las fracciones formadas sean iguales en tamaño, forma y cantidad.

Para expresar este tipo de fracciones, utilizamos la notación de fracción mixta.

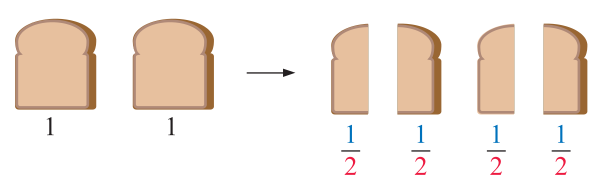
Ejemplo

Un pan tiene 22 rebanadas. ¿Cuántas rebanadas son tres cuartos del pan?

Primero, fraccionamos el pan en cuatro partes iguales en tamaño, forma y cantidad.



Sobran 2 rebanadas. Cada una de estas 2 rebanadas, es una unidad simple. Si las fraccionamos en 2 partes iguales, podemos colocar cada parte en cada una de las fracciones que formamos de la unidad compuesta.



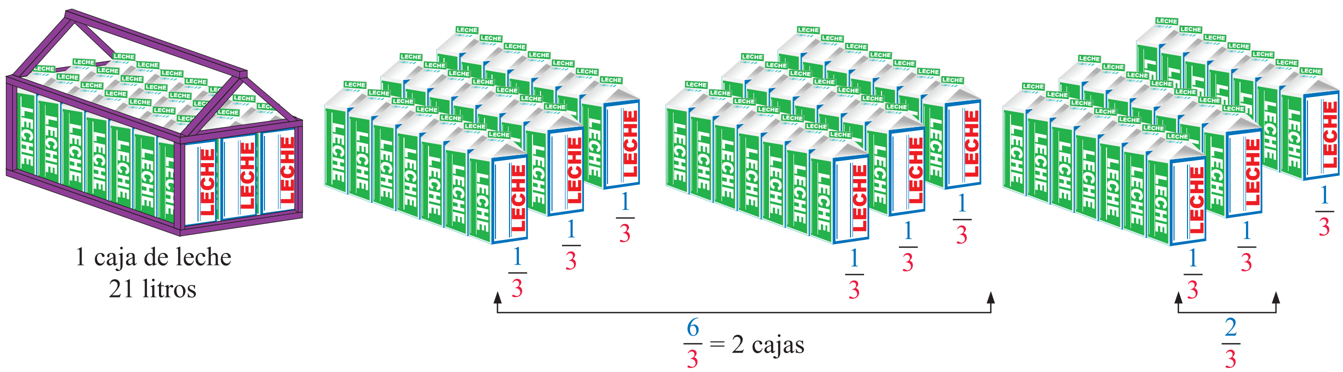
Ejemplo

Una caja de leche contiene 21 litros y cuesta $315.00. En la tienda hay tres cajas de leche. Vendemos ocho tercios del total de litros que hay en la tienda. ¿Cuántas cajas completas vendimos y cuántos litros no se vendieron de la última caja? ¿Cuánto dinero cobramos?

Cada caja de leche representa una unidad compuesta. Dividimos la caja en tres fracciones.

Por lo cual, una caja completa de leche son tres tercios. Un tercio tiene siete litros.

Solución con un dibujo



Seis tercios de litros hacen 2 cajas de leche. Sobran dos tercios de caja que son 14 litros.
De la última caja no se vendieron 7 litros. Dividiendo $315.00 entre 21, sabemos que cada litro de leche cuesta $15.00.

El total de dinero que cobramos es:

2 cajas + 14 litros = $315 × 2 + $15 × 14
2 cajas + 14 litros =$630.00 + $210.00 = $840.00

Solución aritmética

El denominador indica que cada caja está fraccionada en tres partes iguales.
Mentalmente determinamos que, de ocho tercios, seis tercios es el número mayor de unidades que podemos formar.

$$\frac{8}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$$

De la última caja sobra un tercio, ya que:

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Otra forma de solución aritmética

Otra forma de calcular el costo es dividiendo $315.00 entre 3 para conocer que $105.00 es el precio de un tercio de caja de leche.

El total de dinero que cobramos es:

2 cajas + dos tercios de caja = $315 × 2 + $105 × 2
2 cajas + dos tercios de caja = $630.00 + $210.00 = $840.00

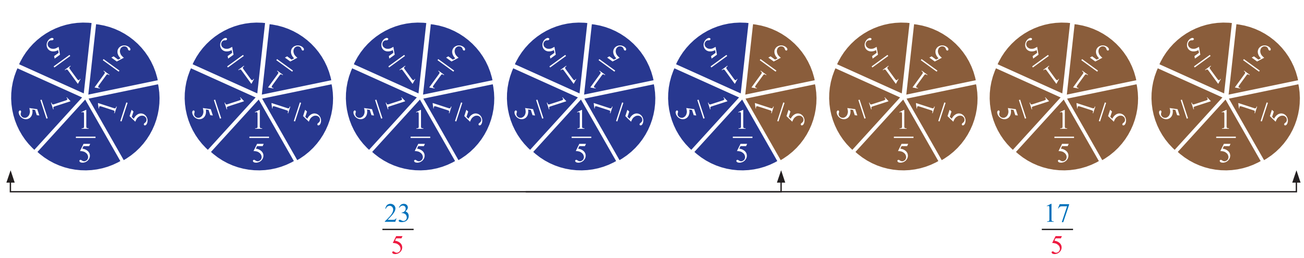
Ejemplo

Una tienda cuenta con 8 sacos de maíz. En cada saco hay cinco bolsas de maíz. Cada saco cuesta $2,300.00. El lunes vendieron veintitrés quintos del total de bolsas. ¿Cuánto dinero cobraron y cuántos sacos sobraron para el martes?

Solución con un dibujo

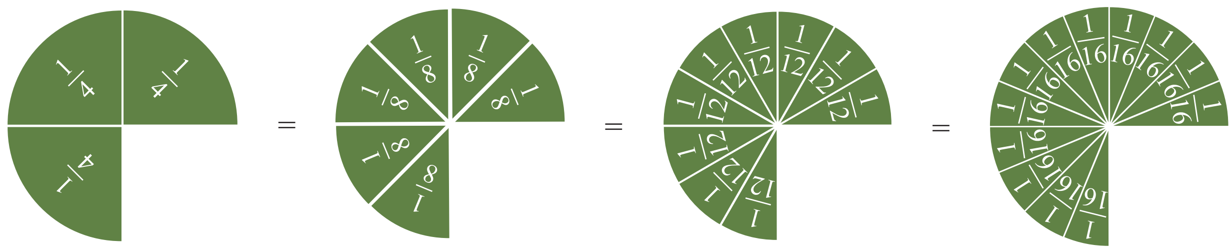
Algunas veces resulta útil representar las fracciones con círculos.

Cada saco de maíz lo representamos con un círculo, el cual dividimos en cinco partes, ya que cada saco está dividido en quintos.



Fracciones equivalentes

Es posible expresar una misma fracción de diferentes formas, ya que multiplicar el numerador y el denominador por la misma cantidad, no altera a la fracción. A estas diferentes formas, les llamamos fracciones equivalentes.

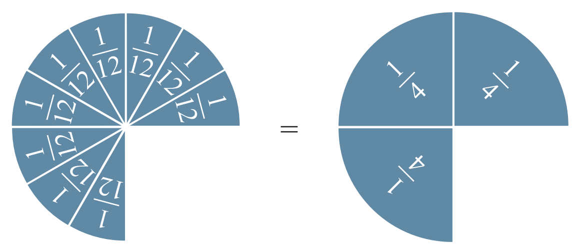


$\frac{3}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times \boxed{2}}{4 \times \boxed{2}} = \frac{6}{8}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times \boxed{3}}{4 \times \boxed{3}} = \frac{9}{12}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times \boxed{4}}{4 \times \boxed{4}} = \frac{12}{16}$

Las cuatro fracciones representan la misma porción de la unidad, por lo cual, las llamamos equivalentes.

Dividiendo –simplificando– el numerador y el denominador por la misma cantidad, también obtenemos fracciones equivalentes.

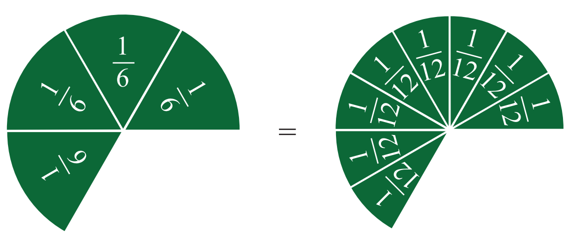
$\frac{12}{16}$ $\qquad$ $\dfrac{\frac{12}{2}}{\frac{16}{2}} = \dfrac{\overset{6}{\cancel{12}}}{\underset{8}{\cancel{16}}} = \frac{6}{8}$



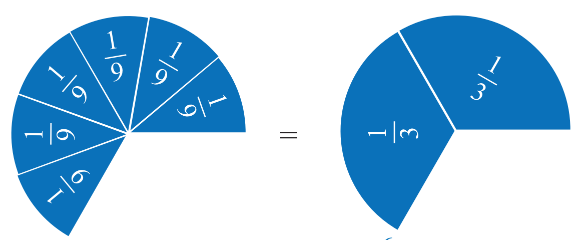
$\frac{9}{12}$ $\qquad$ $\dfrac{\frac{9}{3}}{\frac{12}{3}} = \dfrac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{4}{\cancel{12}}} = \frac{3}{4}$

Ejemplo

Probar que las fracciones son equivalentes.



$\frac{4}{6}$ $\qquad$ $\frac{4}{6} = \frac{4 \times \boxed{2}}{6 \times \boxed{2}} = \frac{8}{12}$



$\frac{6}{9}$ $\qquad$ $\dfrac{\frac{6}{3}}{\frac{9}{3}} = \dfrac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{2}{3}$

Serie de Ejercicios 9

Demostrar, multiplicando o dividiendo el numerador y el denominador por la misma cantidad, que las fracciones son equivalentes.

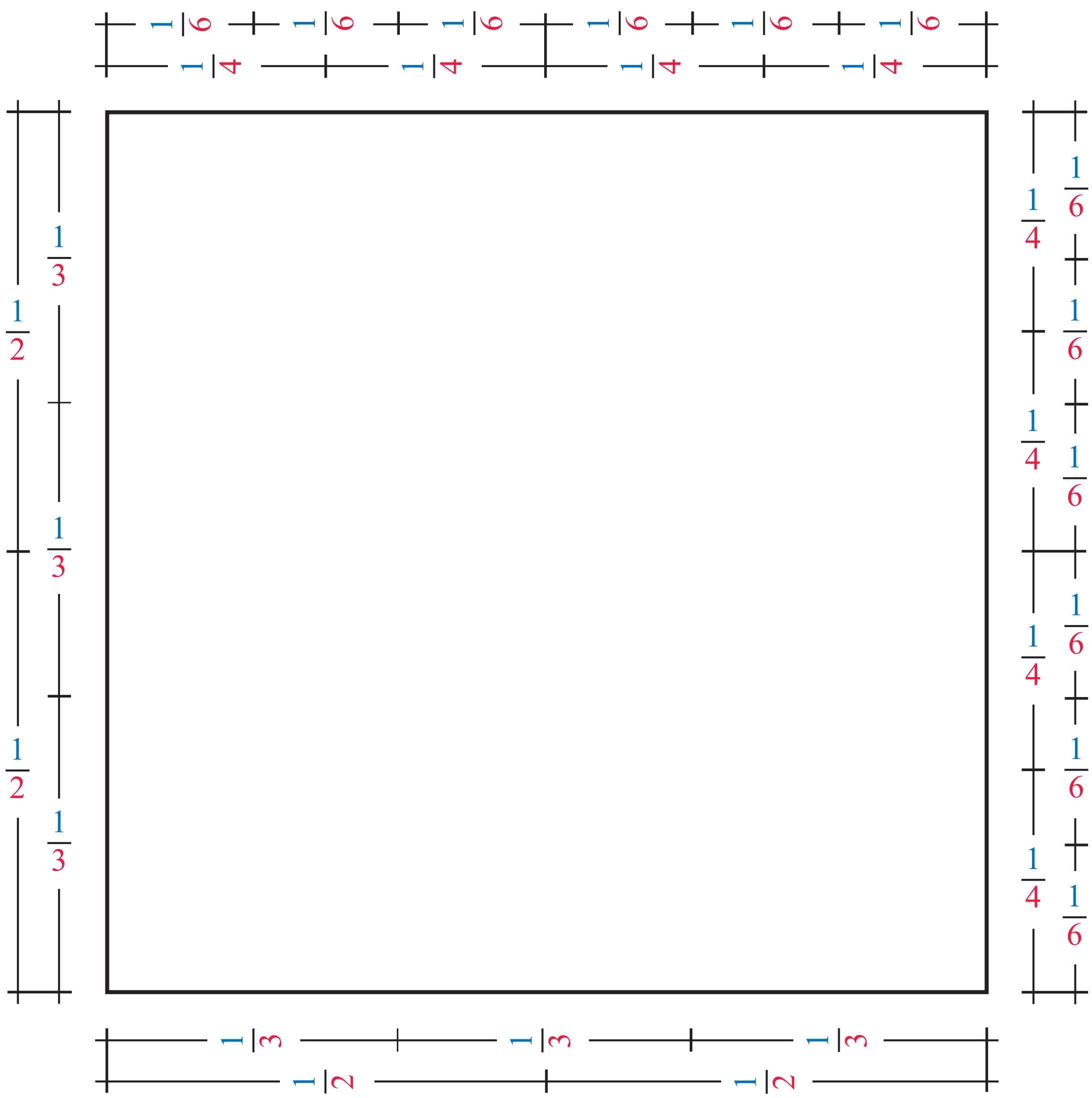
1. $\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$ $\quad$ **2.** $\frac{80}{224} = \frac{5}{14}$ $\quad$ **3.** $\frac{9}{7} = \frac{153}{119}$ $\quad$ **4.** $\frac{8}{19} = \frac{96}{228}$ $\quad$ **5.** $\frac{114}{361} = \frac{6}{19}$

6. $\frac{153}{108} = \frac{17}{12}$ $\quad$ **7.** $\frac{23}{21} = \frac{483}{441}$ $\quad$ **8.** $\frac{450}{468} = \frac{25}{26}$ $\quad$ **9.** $\frac{363}{484} = \frac{33}{44}$ $\quad$ **10.** $\frac{169}{676} = \frac{13}{52}$

Serie de Ejercicios 1

Utilizando las cartulinas 1, 2 y 3 del material didáctico *Suma, Resta, Multiplicación y División de Fracciones*, y la plantilla que aparece a continuación, realiza las sumas de fracciones. Si el resultado es una fracción impropia, escribe el resultado en notación mixta.

1. $\frac{2}{9}+\frac{4}{9}$	**2.** $\frac{1}{6}+\frac{4}{6}$	**3.** $\frac{5}{12}+\frac{3}{12}$	**4.** $\frac{5}{18}+\frac{7}{18}$	**5.** $\frac{11}{36}+\frac{7}{36}$	**6.** $\frac{9}{36}+\frac{13}{36}$
7. $\frac{3}{4}+\frac{4}{6}$	**8.** $\frac{7}{9}+\frac{11}{36}$	**9.** $\frac{5}{18}+\frac{4}{6}$	**10.** $\frac{13}{18}+\frac{8}{12}$	**11.** $\frac{8}{9}+\frac{2}{4}$	**12.** $\frac{7}{18}+\frac{3}{4}$
13. $\frac{6}{9}+\frac{7}{12}$	**14.** $\frac{13}{36}+\frac{5}{6}$	**15.** $\frac{4}{6}+\frac{5}{9}$	**16.** $\frac{3}{4}+\frac{7}{12}$	**17.** $\frac{5}{6}+\frac{8}{12}$	**18.** $\frac{11}{18}+\frac{6}{9}$
19. $\frac{2}{4}+\frac{22}{36}$	**20.** $\frac{19}{36}+\frac{6}{18}$	**21.** $\frac{9}{12}+\frac{10}{36}$	**22.** $\frac{3}{6}+\frac{3}{4}$	**23.** $\frac{4}{9}+\frac{11}{12}$	**24.** $\frac{2}{6}+\frac{7}{9}$



Mínimo común múltiplo

El mínimo común múltiplo de un conjunto de números, es el número más pequeño que se divide en forma exacta entre todos los números que forman el conjunto.

El mínimo común múltiplo, es un número no primo, ya que es divisible entre uno o varios números. El mínimo común múltiplo se abrevia como: mcm.

Ejemplo

El mcm de 3 y 5 es 15 porque es el número más pequeño que se divide en forma exacta entre 3 y 5.

El mcm de 8 y 12 es 24 porque es el número más pequeño que se divide en forma exacta entre 8 y 12.

$\frac{15}{3} = 5$ $\qquad$ $\frac{24}{8} = 3$

$\frac{15}{5} = 3$ $\qquad$ $\frac{24}{12} = 2$

Para sumar y restar fracciones, primero debemos determinar el mínimo común múltiplo, al que llamamos, mínimo común denominador.

Cuando los números no son muy complicados, podemos hacerlo mentalmente.

Ejemplo

Encontrar mentalmente el mínimo común múltiplo de 2, 3 y 8.

2 y 3 son números primos, por lo cual, uno de los factores del mínimo común múltiplo es la multiplicación de $2 \times 3 = 6$.
Mentalmente, multiplicamos 6 por 2, 3, etcétera, hasta que encontramos el número que se divide en forma exacta entre 8. El mínimo común múltiplo es 24.

mcm = 24

$\frac{24}{2} = 12$ $\qquad$ $\frac{24}{3} = 8$ $\qquad$ $\frac{24}{8} = 3$

Ejemplo

Encontrar mentalmente el mínimo común múltiplo de 4, 6 y 9.

Los tres son números no primos. Utilizamos el mayor de los tres números, 9, para hacer algunos tanteos.
Mentalmente multiplicamos 9 por 2, 3, etcétera, hasta que encontramos el número que se divide en forma exacta entre 4 y 6. 18 se divide en forma exacta entre 6 pero no entre 4. El siguiente número es 36, que se divide en forma exacta entre 4 y 6, por lo tanto, el mínimo común múltiplo es 36.

mcm = 36

$\frac{36}{4} = 9$ $\qquad$ $\frac{36}{6} = 6$ $\qquad$ $\frac{36}{9} = 4$

Serie de Ejercicios 2

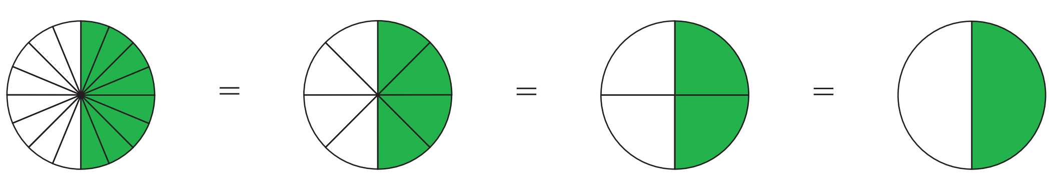
Encontrar mentalmente el mínimo común múltiplo de los números.

1. 2, 4, 6	**2.** 3, 5, 6	**3.** 2, 4, 9	**4.** 4, 5, 6	**5.** 3, 6, 8
6. 3, 9, 12	**7.** 5, 6, 10	**8.** 4, 6, 16	**9.** 2, 9, 12	**10.** 6, 8, 16

Simplificación de fracciones

Simplificar fracciones significa generar fracciones equivalentes al aplicar la operación inversa de la multiplicación.

Es decir, se divide el numerador y el denominador por el mismo número diferente de cero.



$\frac{8}{16}$ Ocho de dieciséis $\qquad$ $\frac{4}{8}$ Cuatro de ocho $\qquad$ $\frac{2}{4}$ Dos de cuatro $\qquad$ $\frac{1}{2}$ Uno de dos

Dividimos el numerador y el denominador por el mismo número para simplificar las fracciones u obtener las fracciones equivalentes.

$$\frac{8}{16} = \frac{8/2}{16/2} = \frac{4}{8} \longrightarrow \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{16}_{8}} = \frac{4}{8} \longrightarrow \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{8}_{2}} = \frac{1}{2}$$

Mentalmente efectuamos las divisiones del numerador y el denominador por el mismo número.

Ejemplo

Simplificar las fracciones para obtener las fracciones equivalentes.

$$\text{Dividimos entre 5} \longrightarrow \frac{\cancel{15}}{\cancel{40}} = \frac{3}{8} \qquad \text{Dividimos entre 6} \longrightarrow \frac{\cancel{12}}{\cancel{42}} = \frac{2}{7} \qquad \text{Dividimos entre 2 y 3} \longrightarrow \frac{\cancel{12}^{\cancel{6}^{2}}}{\cancel{42}_{\cancel{21}_{7}}} = \frac{2}{7}$$

Serie de Ejercicios 3

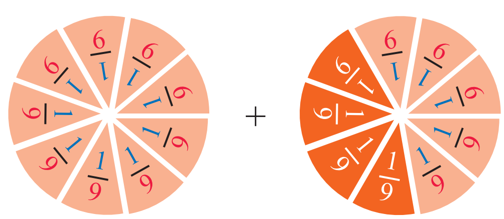
Simplifica las fracciones.

1. $\frac{14}{46}$	**2.** $\frac{18}{58}$	**3.** $\frac{8}{32}$	**4.** $\frac{25}{60}$	**5.** $\frac{12}{96}$	**6.** $\frac{30}{42}$	**7.** $\frac{28}{76}$	**8.** $\frac{21}{72}$
9. $\frac{55}{60}$	**10.** $\frac{36}{42}$	**11.** $\frac{33}{72}$	**12.** $\frac{65}{95}$	**13.** $\frac{48}{92}$	**14.** $\frac{28}{63}$	**15.** $\frac{34}{64}$	**16.** $\frac{65}{90}$
17. $\frac{54}{63}$	**18.** $\frac{24}{56}$	**19.** $\frac{44}{77}$	**20.** $\frac{9}{33}$	**21.** $\frac{60}{72}$	**22.** $\frac{81}{93}$	**23.** $\frac{75}{90}$	**24.** $\frac{51}{68}$

Conversión de fracción simple a notación mixta

El denominador de una fracción indica el número de partes en las que el entero ha sido fraccionado. Por lo tanto, si tomamos el total de partes que el denominador tiene, formamos una unidad.

El numerador señala la cantidad de partes que tomamos. Cuando la fracción es impropia, es decir, el numerador es mayor al denominador, sabemos que la fracción indica un número mayor a 1 y por eso puede ser expresada en forma de notación mixta.



$$\underbrace{\frac{14}{9} = \frac{9}{9}}_{\text{Una unidad}} + \frac{5}{9} = 1 + \frac{5}{9} = \underbrace{1\frac{5}{9}}_{\text{Notación mixta}}$$

Partes que tomamos ⟶ 14

Número de partes que forman la unidad ⟶ 9

Para convertir una fracción simple a notación mixta, separamos la fracción en dos sumandos, el primero debe señalar el número de enteros que la componen –el denominador indica el número de partes que forman un entero–, y el segundo el número de partes que sobran.

$$\frac{21}{9} = \frac{18}{9} + \frac{3}{9} = 2 + \frac{3}{9} = 2\frac{3}{9} = 2\frac{1}{3}$$

$$\frac{14}{8} = \frac{8}{8} + \frac{6}{8} = 1 + \frac{6}{8} = 1\frac{6}{8} = 1\frac{3}{4}$$

$$\frac{15}{10} = \frac{10}{10} + \frac{5}{10} = 1 + \frac{5}{10} = 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{34}{6} = \frac{30}{6} + \frac{4}{6} = 5 + \frac{4}{6} = 5\frac{4}{6} = 5\frac{2}{3}$$

Serie de Ejercicios 4

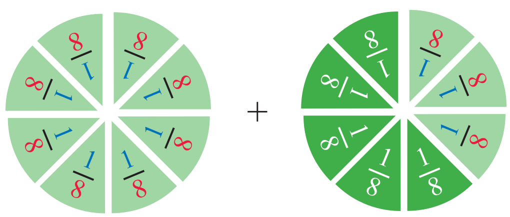
Convierte a notación de fracción mixta las fracciones. Si es posible simplifica.

1. $\frac{26}{14}$	**2.** $\frac{32}{18}$	**3.** $\frac{30}{8}$	**4.** $\frac{60}{25}$	**5.** $\frac{26}{12}$	**6.** $\frac{42}{30}$	**7.** $\frac{76}{28}$	**8.** $\frac{52}{14}$
9. $\frac{60}{55}$	**10.** $\frac{36}{42}$	**11.** $\frac{72}{33}$	**12.** $\frac{95}{65}$	**13.** $\frac{62}{48}$	**14.** $\frac{46}{28}$	**15.** $\frac{64}{34}$	**16.** $\frac{90}{65}$
17. $\frac{63}{54}$	**18.** $\frac{56}{24}$	**19.** $\frac{77}{44}$	**20.** $\frac{33}{9}$	**21.** $\frac{72}{60}$	**22.** $\frac{93}{81}$	**23.** $\frac{90}{75}$	**24.** $\frac{68}{51}$

Conversión de fracción en notación mixta a fracción simple

Para convertir una fracción en notación mixta a fracción simple, hacemos el proceso inverso. El denominador indica el número de partes que forman la unidad.

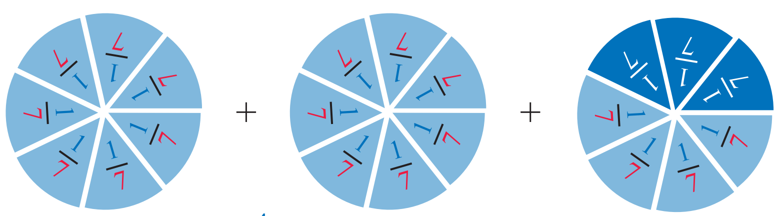
Por lo tanto, separamos la parte entera de la fraccionaria y la sustituimos por su valor en forma de fracción.



$$1\frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = \frac{11}{8}$$

Una unidad — Tamaño de la unidad

Una unidad → $1\frac{3}{8}$ ← Número de partes que forman la unidad



$$2\frac{4}{7} = 2 + \frac{4}{7} = \frac{14}{7} + \frac{4}{7} = \frac{18}{7}$$

Dos unidades — Tamaño de la unidad

Dos unidades → $2\frac{4}{7}$ ← Número de partes que forman la unidad

Ejemplo

Convertir a notación de fracción simple las fracciones mixtas.

$$1\frac{2}{13} = 1 + \frac{2}{13} = \frac{13}{13} + \frac{2}{13} = \frac{15}{13} \qquad 2\frac{5}{9} = 2 + \frac{5}{9} = \frac{18}{9} + \frac{5}{9} = \frac{23}{9}$$

$$4\frac{2}{5} = 4 + \frac{2}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = \frac{22}{5} \qquad 3\frac{9}{11} = 3 + \frac{9}{11} = \frac{33}{11} + \frac{9}{11} = \frac{42}{11}$$

Serie de Ejercicios 5

Convierte a notación de fracción simple las fracciones mixtas.

1. $1\frac{6}{7}$	**2.** $1\frac{7}{9}$	**3.** $3\frac{3}{4}$	**4.** $2\frac{2}{5}$	**5.** $2\frac{1}{6}$	**6.** $1\frac{2}{5}$	**7.** $2\frac{5}{7}$	**8.** $3\frac{5}{7}$
9. $1\frac{1}{11}$	**10.** $1\frac{1}{6}$	**11.** $2\frac{2}{11}$	**12.** $1\frac{6}{13}$	**13.** $1\frac{7}{24}$	**14.** $1\frac{9}{14}$	**15.** $1\frac{15}{17}$	**16.** $1\frac{5}{13}$
17. $1\frac{1}{6}$	**18.** $2\frac{1}{3}$	**19.** $1\frac{3}{4}$	**20.** $3\frac{2}{3}$	**21.** $1\frac{1}{5}$	**22.** $1\frac{4}{27}$	**23.** $1\frac{1}{5}$	**24.** $1\frac{1}{3}$

Encontramos el mínimo común denominador.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}\left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right] \text{2 veces} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \text{2 veces} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \leftarrow \text{1 vez} \\ 1 & \end{array} \text{2 veces}$$

$$\text{mcd} = \underbrace{2 \times 2}_{\text{2 veces}} \times \underbrace{3 \times 3}_{\text{2 veces}} \times 5 = 180$$

Aplicamos el método rápido para hacer la suma y resta de fracciones.

Simplificamos la fracción, expresamos el resultado en notación mixta y sumamos los enteros.

$$3+\frac{5}{12}+\frac{7}{18}+\frac{8}{15}-\frac{3}{20}=3+\frac{5\times15}{12\times15}+\frac{7\times10}{18\times10}+\frac{8\times12}{15\times12}-\frac{3\times9}{20\times9}=3+\frac{75}{180}+\frac{70}{180}+\frac{96}{180}-\frac{27}{180}$$

$$3+\frac{241}{180}-\frac{27}{180}=3+\frac{214}{180}=3+\frac{107}{90}=3+1+\frac{17}{90}=4+\frac{17}{90}=4\frac{17}{90}$$

Serie de Ejercicios 8

Efectúa las sumas y restas de fracciones.

1. $\frac{7}{8}-\frac{5}{6}+\frac{17}{9}$
2. $\frac{5}{4}-\frac{9}{14}+\frac{4}{3}$
3. $\frac{9}{4}+\frac{5}{6}-\frac{2}{5}$
4. $\frac{9}{8}-\frac{7}{12}+\frac{8}{9}$
5. $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{5}{6}$
6. $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{3}{8}$
7. $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\frac{7}{8}$
8. $\frac{4}{3}+\frac{3}{8}-\frac{5}{12}$
9. $\frac{5}{6}+\frac{11}{8}+\frac{17}{12}$
10. $\frac{5}{2}+\frac{7}{3}-\frac{4}{7}$
11. $\frac{7}{6}+\frac{1}{12}-\frac{3}{15}$
12. $\frac{5}{18}+\frac{11}{24}-\frac{13}{36}$
13. $\frac{7}{12}+\frac{4}{15}+\frac{17}{18}$
14. $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{4}{9}$
15. $\frac{8}{7}+\frac{14}{12}+\frac{9}{10}-\frac{1}{2}$
16. $\frac{7}{21}+\frac{8}{14}+\frac{3}{24}+\frac{3}{6}$
17. $\frac{4}{30}+\frac{9}{10}+\frac{1}{45}+\frac{12}{25}$
18. $\frac{4}{9}+\frac{13}{5}+\frac{6}{4}-\frac{7}{10}$
19. $\frac{3}{10}+\frac{11}{3}-\frac{9}{7}+\frac{12}{20}$
20. $\frac{12}{5}+\frac{10}{4}+\frac{4}{8}-\frac{5}{3}$
21. $\frac{3}{5}+\frac{11}{25}-\frac{4}{15}+\frac{7}{20}$
22. $\frac{5}{8}+\frac{7}{9}+\frac{1}{12}-\frac{5}{6}$
23. $\frac{4}{30}+\frac{1}{45}-\frac{12}{25}+\frac{1}{2}$
24. $\frac{8}{7}+\frac{5}{14}+\frac{11}{3}-\frac{8}{21}$
25. $2\frac{5}{18}+2\frac{1}{12}+2\frac{7}{20}+2\frac{13}{15}$
26. $1\frac{5}{36}+3\frac{7}{12}+1\frac{7}{24}+1\frac{11}{18}$
27. $2\frac{5}{12}+3\frac{4}{9}+1\frac{3}{8}-1\frac{7}{16}$
28. $4\frac{1}{6}+2\frac{3}{14}+1\frac{2}{7}-1\frac{7}{24}$
29. $1\frac{3}{16}+3\frac{5}{6}+1\frac{2}{9}-1\frac{1}{4}$
30. $2\frac{4}{15}+1\frac{7}{8}+2\frac{3}{10}-1\frac{5}{12}$

Ejemplo

Simplificar el numerador y el denominador de la fracción $\frac{21}{18}\times 3\times\frac{45}{6}\times\frac{48}{28}$ antes de efectuar la multiplicación.

Podemos expresar el 3 como una fracción o directamente escribirlo en el numerador como un multiplicando.

$$\frac{21}{18}\times 3\times\frac{45}{6}\times\frac{48}{28}=\frac{21}{18}\times\frac{3}{1}\times\frac{45}{6}\times\frac{48}{28}=\frac{\overset{3}{\cancel{21}}\times\overset{1}{\cancel{3}}\times\overset{15}{\cancel{45}}\times\overset{\overset{4}{\cancel{8}}}{\cancel{48}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{18}}\times 1\times\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{6}}\times\underset{4}{\cancel{28}}}=\frac{3\times 1\times 15\times 4}{1\times 1\times 1\times 4}=\frac{180}{4}=45$$

Serie de Ejercicios 10

Efectúa las multiplicaciones de fracciones utilizando el algoritmo. Simplifica las fracciones.

1. $\frac{4}{9}\times\frac{2}{5}\times 3$
2. $5\times\frac{5}{3}\times\frac{7}{10}$
3. $\frac{11}{3}\times 6\times\frac{1}{9}$
4. $\frac{4}{7}\times\frac{5}{3}\times\frac{2}{4}$
5. $2\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{3}\times\frac{1}{4}$
6. $\frac{7}{9}\times 3\times\frac{2}{5}\times\frac{10}{5}$
7. $\frac{4}{3}\times\frac{9}{2}\times\frac{1}{8}\times\frac{6}{7}$
8. $\frac{3}{2}\times 4\times\frac{1}{3}\times\frac{4}{3}$
9. $\frac{12}{4}\times\frac{11}{3}\times\frac{9}{10}\times 5$
10. $\frac{5}{8}\times 10\times\frac{2}{5}\times 7$
11. $\frac{2}{3}\times\frac{7}{9}\times 18\times\frac{1}{2}$
12. $\frac{9}{12}\times 5\times\frac{3}{15}\times\frac{4}{7}$
13. $\frac{28}{63}\times\frac{48}{9}\times\frac{36}{20}$
14. $\frac{125}{20}\times\frac{216}{32}\times\frac{8}{27}$
15. $\frac{45}{14}\times\frac{8}{15}\times\frac{49}{36}$
16. $\frac{24}{15}\times\frac{40}{14}\times\frac{70}{21}$
17. $\frac{28}{27}\times\frac{21}{16}\times\frac{32}{6}$
18. $\frac{81}{32}\times\frac{24}{25}\times\frac{60}{54}$
19. $\frac{98}{9}\times\frac{15}{21}\times\frac{24}{7}$
20. $\frac{126}{36}\times\frac{50}{63}\times\frac{21}{45}$
21. $\frac{32}{45}\times\frac{72}{20}\times\frac{25}{12}$
22. $\frac{60}{54}\times\frac{9}{42}\times\frac{147}{28}$
23. $\frac{20}{21}\times\frac{14}{24}\times\frac{63}{28}$
24. $\frac{32}{27}\times\frac{105}{28}\times\frac{72}{21}$

Serie de Ejercicios 12

Utilizando el algoritmo en notación de fracción y la ley de la tortilla, efectúa las siguientes divisiones de fracciones. Después simplifica.

1. $\frac{2}{7} \div \frac{4}{3}$ **2.** $\frac{9}{5} \div \frac{10}{2}$ **3.** $\frac{4}{5} \div \frac{3}{11}$ **4.** $\frac{12}{6} \div \frac{6}{4}$ **5.** $\frac{9}{8} \div 5$ **6.** $\frac{24}{7} \div 3$ **7.** $\dfrac{\frac{16}{3}}{\frac{4}{9}}$ **8.** $\dfrac{\frac{1}{15}}{\frac{4}{20}}$

9. $\dfrac{\frac{6}{7}}{\frac{14}{3}}$ **10.** $\dfrac{\frac{4}{10}}{\frac{9}{16}}$ **11.** $\dfrac{\frac{4}{3}}{\frac{9}{7}}$ **12.** $\dfrac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{7}}$ **13.** $\dfrac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}} \div \frac{6}{9}$ **14.** $\frac{3}{5} \div \dfrac{9}{\frac{5}{12}}$ **15.** $\dfrac{2}{\frac{3}{6}} \div \frac{9}{4}$ **16.** $\frac{5}{7} \div \dfrac{\frac{4}{9}}{\frac{2}{8}}$

17. $\dfrac{\frac{3}{9}}{\frac{5}{8}} \div \frac{1}{4}$ **18.** $\frac{10}{7} \div \dfrac{\frac{7}{4}}{\frac{2}{5}}$ **19.** $\dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{14}} \div \frac{4}{3}$ **20.** $\dfrac{\frac{8}{9}}{\frac{7}{4}} \div \dfrac{\frac{2}{7}}{\frac{4}{3}}$ **21.** $\dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{3}} \div \dfrac{9}{\frac{2}{4}}$ **22.** $\dfrac{\frac{8}{3}}{\frac{5}{7}} \div \dfrac{\frac{2}{10}}{\frac{1}{2}}$ **23.** $\dfrac{\frac{11}{4}}{\frac{22}{9}} \div \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}$ **24.** $\dfrac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}} \div \dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}}$

Problemas de Aplicación

Serie de Ejercicios 13

Resolver los problemas. En algunos casos es conveniente hacer un dibujo para mejor entender los datos que nos proporcionan y lo que nos preguntan.

1. El equipo de futbol de la escuela empezó su entrenamiento. El lunes corrieron $\frac{1}{3}$ de kilómetro, el martes $\frac{3}{4}$ de kilómetro y el miércoles $\frac{5}{3}$ de kilómetro. ¿Cuántos metros corrieron en total?

2. Juan corrió $1\frac{2}{5}$ kilómetros y Arturo $1\frac{7}{10}$ ¿Por cuántos metros ganó Arturo?

3. Rebeca compra 4 metros de listón. Tres quintas partes del listón las usa para envolver regalos. ¿Cuánto listón le sobró?

4. La pista de entrenamiento de la escuela tiene $\frac{2}{3}$ de kilómetro de largo. Si damos 6 vueltas, ¿cuántos metros hemos recorrido?

5. Juan compró una bicicleta en oferta. El precio regular es $2,368. Le descontaron un tercio del precio regular. ¿Cuánto pagó en total?

6. José caminó $1\frac{5}{6}$ kilómetros y Sandra $2\frac{2}{3}$ kilómetros, ¿cuántos metros de más corrió Sandra?

7. Tres amigos organizaron una rifa. Cada uno recibió 48 boletos para vender. Arturo vendió dos tercios del total de sus boletos, Enrique cinco sextos y Mario tres cuartos. ¿Cuántos boletos vendió cada uno?

8. En una fiesta 20 amigos se comieron $12\frac{1}{2}$ pizzas medianas, ¿qué fracción de pizza se comió cada uno?

9. En una fábrica hacen un estudio para medir la longitud de cadena que un trabajador logra hacer en un minuto. El trabajador 1 construye cinco sextos de metro, el trabajador 2 dos tercios, el trabajador 3 cuatro novenos, y el trabajador 4 medio metro. ¿Qué longitud de cadena construyeron entre los cuatro?

10. Para hacer un pastel necesitamos $2\frac{2}{3}$ tazas de azúcar y para la cubierta $1\frac{5}{6}$ tazas, ¿cuántas tazas de azúcar necesitamos en total?

11. Siete amigos recorrieron $5\frac{3}{4}$ kilómetros en bicicleta. ¿Cuántos kilómetros recorrieron en total?

12. Lupita tiene $3\frac{3}{4}$ kilogramos de harina para hacer tres pasteles. ¿Con cuánta harina cuenta para cada uno de los pasteles?

13. Tenemos un total de $3\frac{3}{5}$ kilogramos de harina para hacer cuatro pasteles, ¿con cuánta harina contamos para cada pastel?

14. En las carreras de atletismo de la escuela, Pedro recorrió 400 metros en $1\frac{6}{14}$ minutos. ¿En cuánto tiempo recorrió los primeros 100 metros?

30. Queremos cubrir una pared con cartelones de paisajes. Uno mide $6\frac{5}{12}$ pies, otro $5\frac{2}{3}$ pies, el tercero $3\frac{1}{6}$ pies y el cuarto $1\frac{11}{18}$. Si la pared mide $19\frac{5}{6}$ pies. ¿Cuánto nos falta por cubrir?

31. Laura tiene que leer 64 páginas del libro de español. Completó $\frac{5}{8}$ de la tarea. ¿Cuántas páginas le faltan por leer?

32. Una fotografía mide $10\frac{1}{2}$ pulgadas de ancho y $11\frac{2}{3}$ pulgadas de alto. La amplificamos y ahora mide $12\frac{3}{5}$ pulgadas de ancho y $13\frac{5}{12}$ pulgadas de alto. ¿En qué porcentaje la aumentamos a lo ancho y en qué porcentaje a lo alto?

33. Andrea tiene que practicar piano 460 minutos para terminar su tarea. El lunes practica $2\frac{2}{3}$ horas, el martes $1\frac{5}{6}$ horas y el miércoles $2\frac{1}{6}$ horas. ¿Cuántos minutos le faltan para terminar su tarea?

34. ¿Qué fracción del día es un minuto?

35. ¿Cuántos minutos y segundos son $\frac{5}{8}$ de hora?

36. Una fábrica recibe rollos de alambre de $300\frac{4}{5}$ metros cada uno. Tienen que cortarlos en pedazos de $22\frac{2}{5}$ metros. ¿Cuántos pedazos se pueden cortar y cuál es el desperdicio?

37. Luis trabaja $5\frac{1}{3}$ horas el lunes, $4\frac{3}{4}$ horas el martes, $3\frac{5}{6}$ horas el miércoles y $6\frac{2}{3}$ horas el jueves. Si le pagan \$20 la hora, ¿cuánto ganó en total?

38. Un grupo de amigos entrena para competir en el maratón. Deciden correr de lunes a viernes un total de $67\frac{2}{5}$ kilómetros. Si hasta el miércoles han acumulado $42\frac{5}{6}$, ¿cuántos kilómetros deben correr el jueves y el viernes?

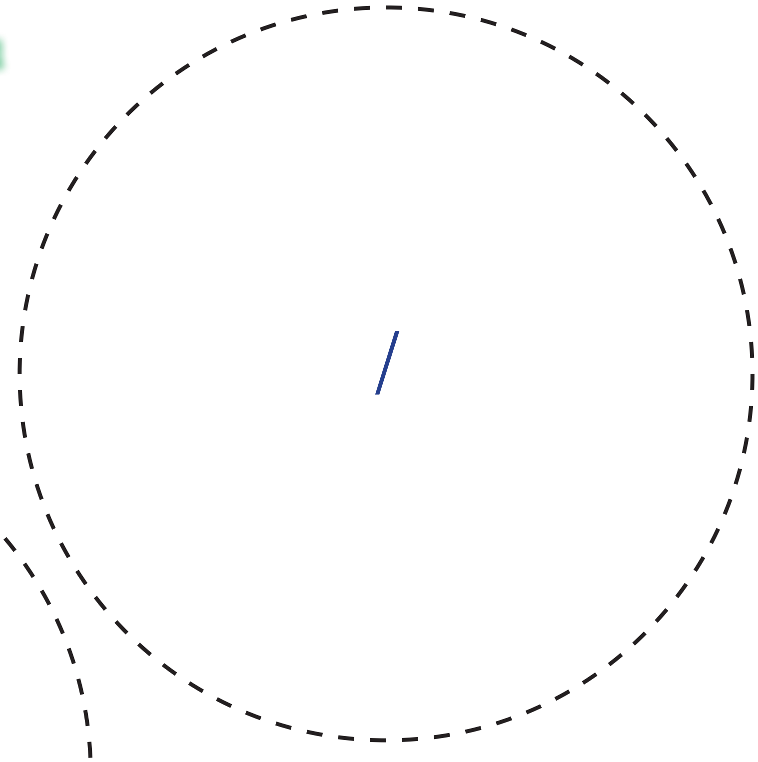
39. Un nuevo diseño de carro permite economizar gasolina y en promedio recorre $20\frac{7}{12}$ kilómetros por litro. Para viajar 494 kilómetros, ¿cuántos litros requerimos?

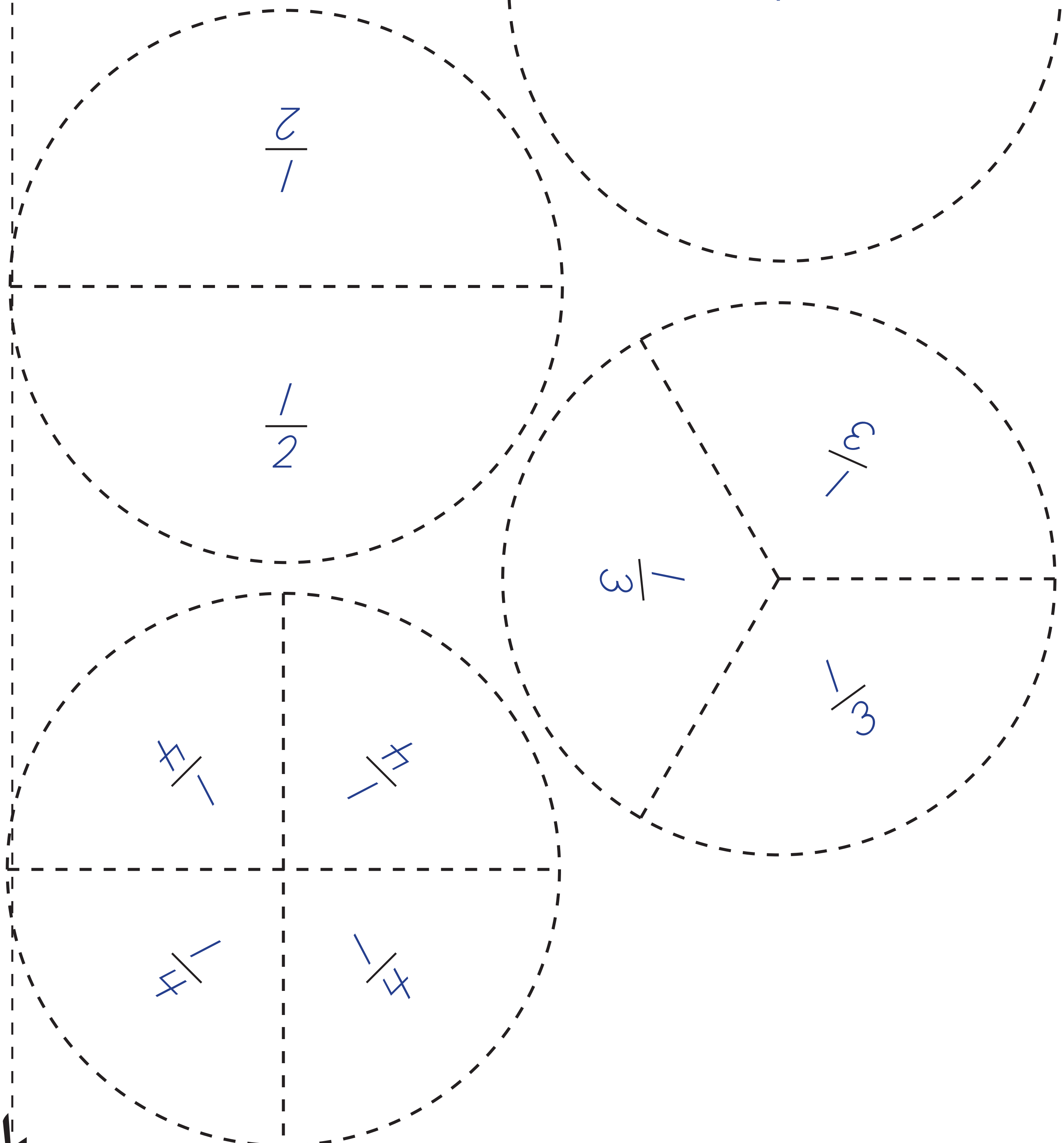
40. Alejandro y Jorge invierten la misma cantidad de dinero en 500 acciones en la bolsa de valores con un precio de $\$12\frac{5}{8}$ cada una. Un mes después las acciones se cotizan en $\$10\frac{7}{12}$ cada una. Si venden las acciones, ¿cuánto dinero pierde cada uno?

Material Didáctico

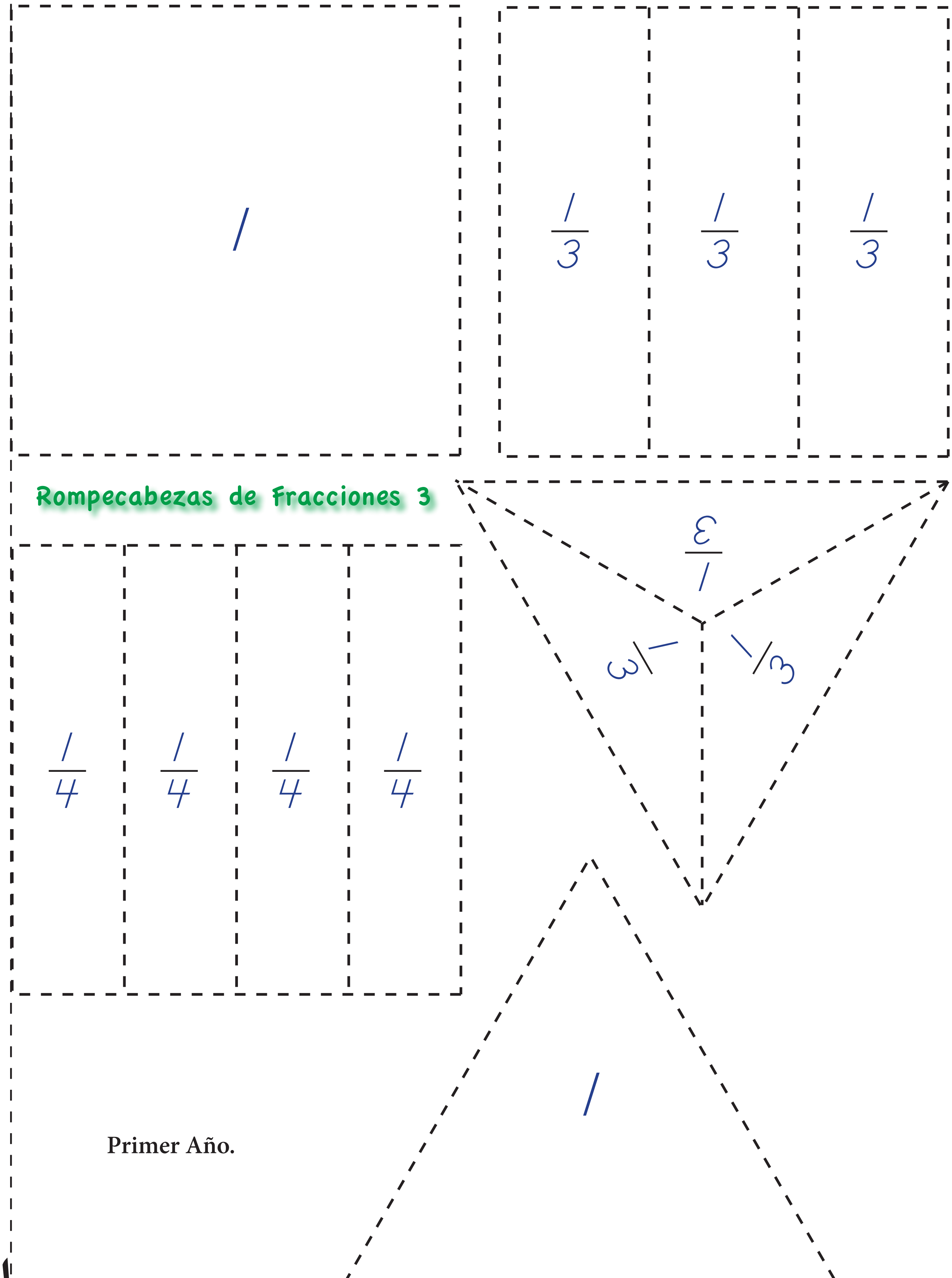
Rompecabezas de Fracciones 1

Primer Año.





Rompecabezas de Fracciones 3



Primer Año.

Rompecabezas de Fracciones 4

1

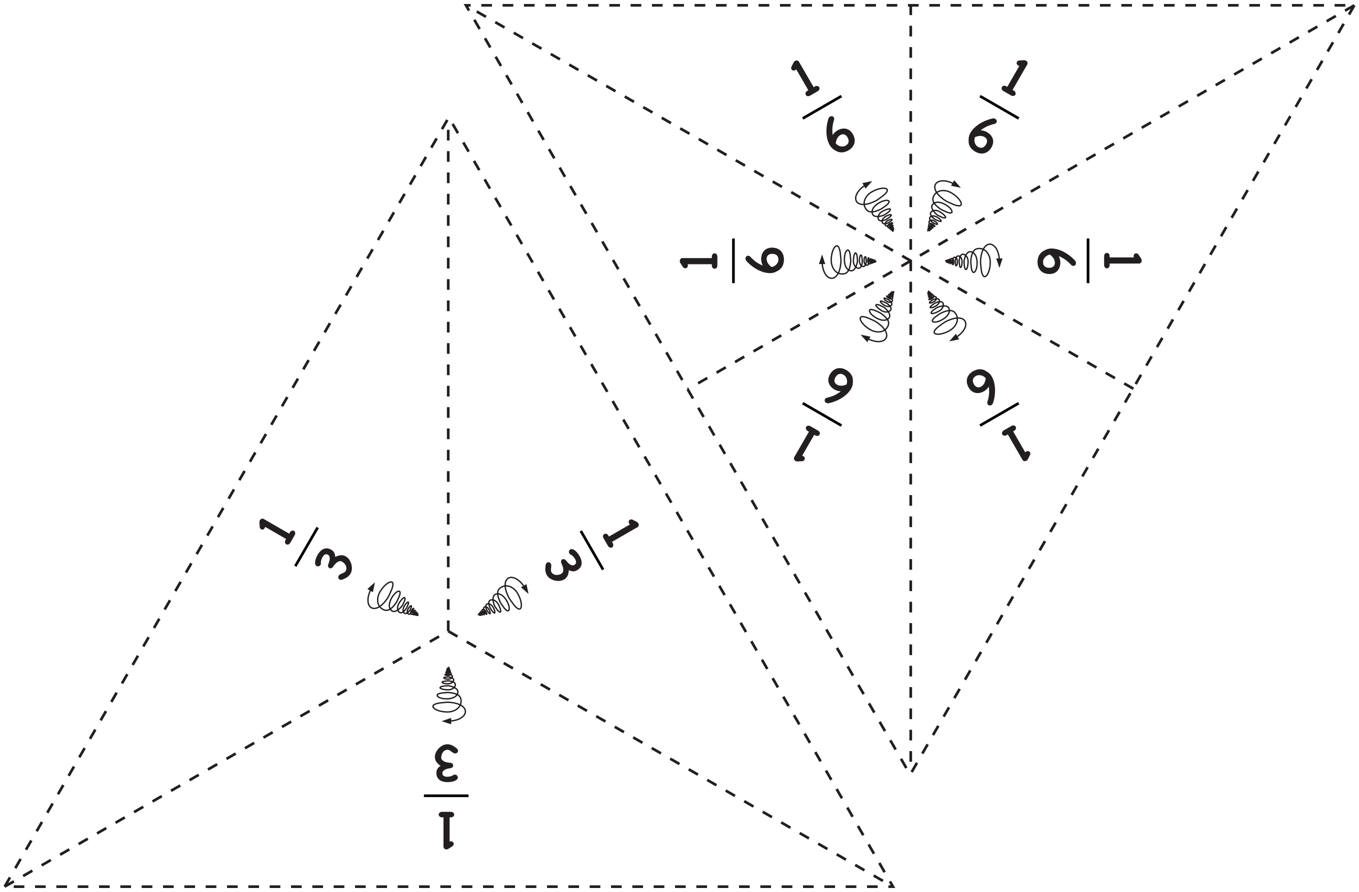
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

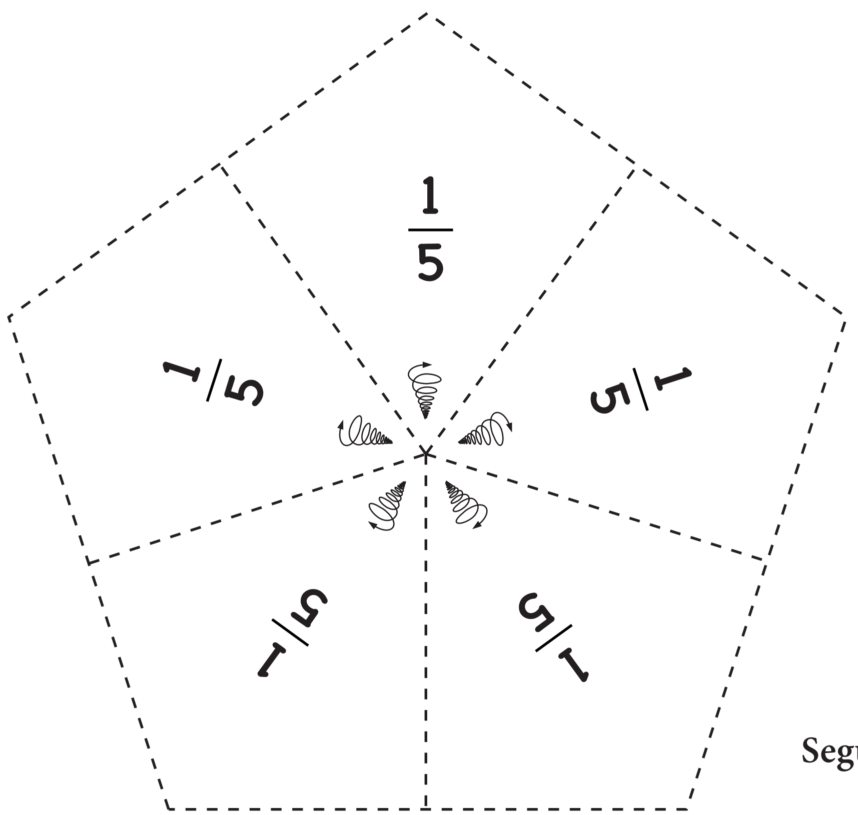
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

Primer Año.

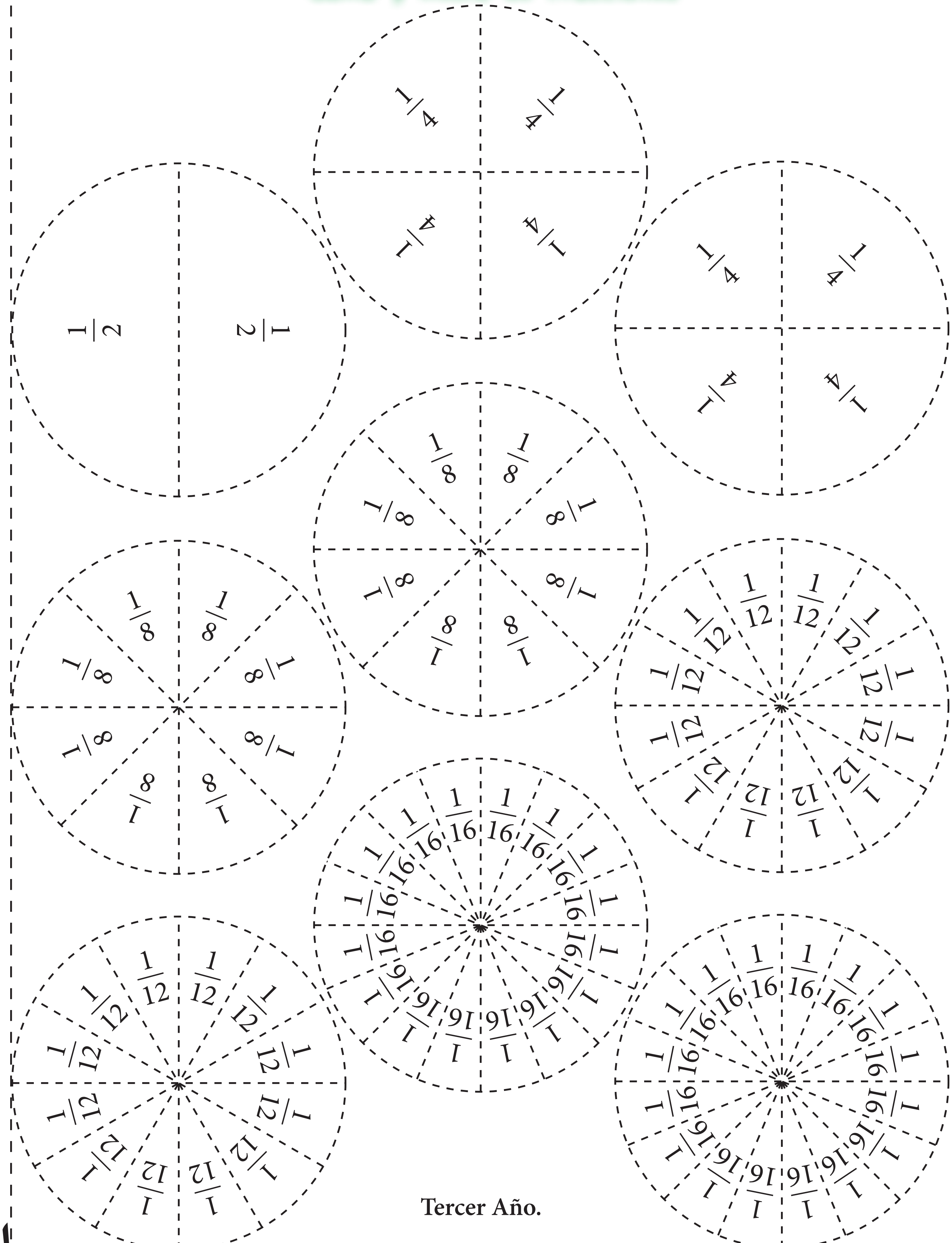
Rompecabezas de Fracciones 4



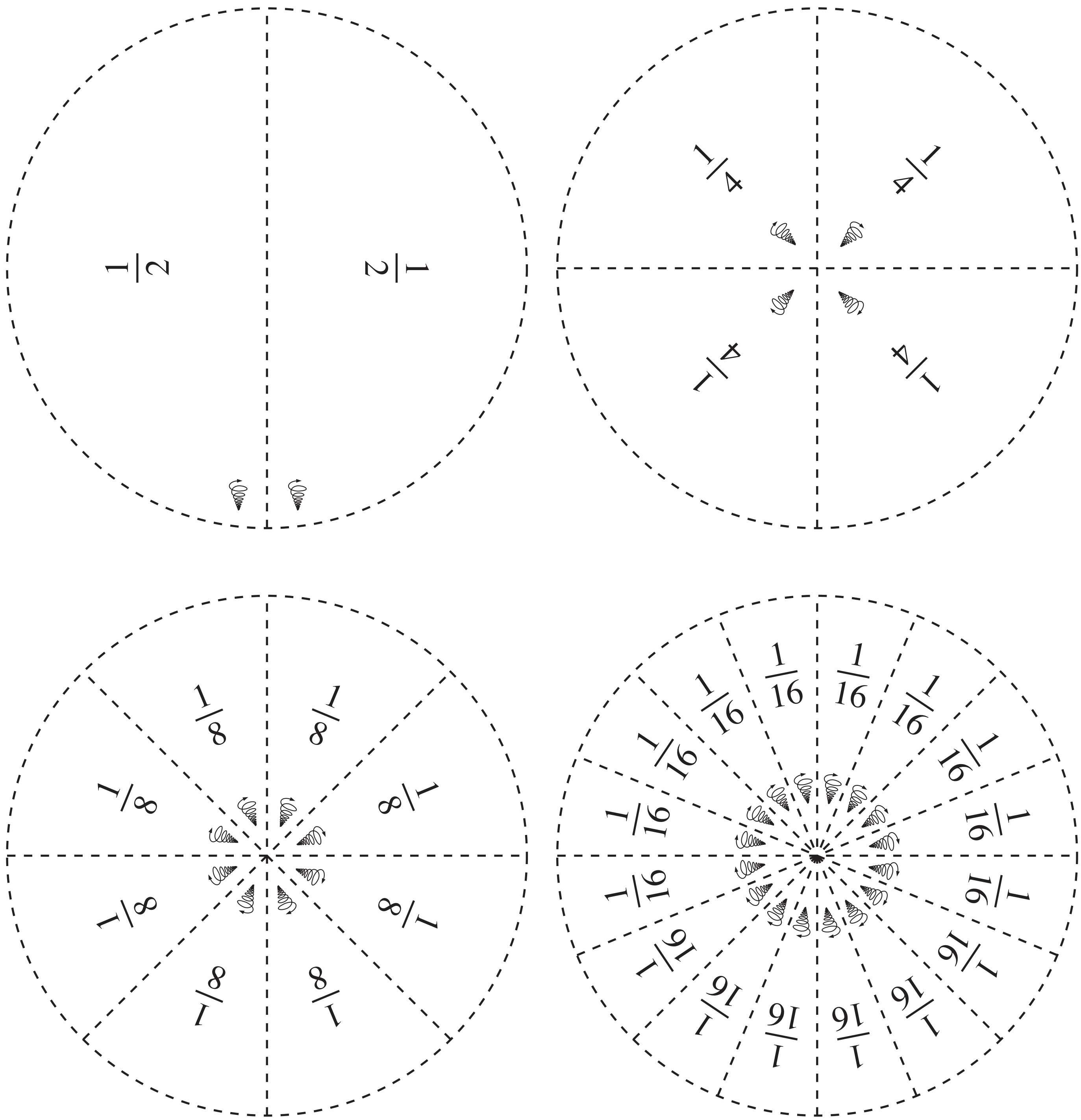


Segundo Año.

Suma y Resta de Fracciones



Tercer Año.


1/2
1/2
1/4
1/4
1/4
1/4
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16
1/16

Cuarto Año.

Suma, resta, multiplicación y división de fracciones

Cartulina 1

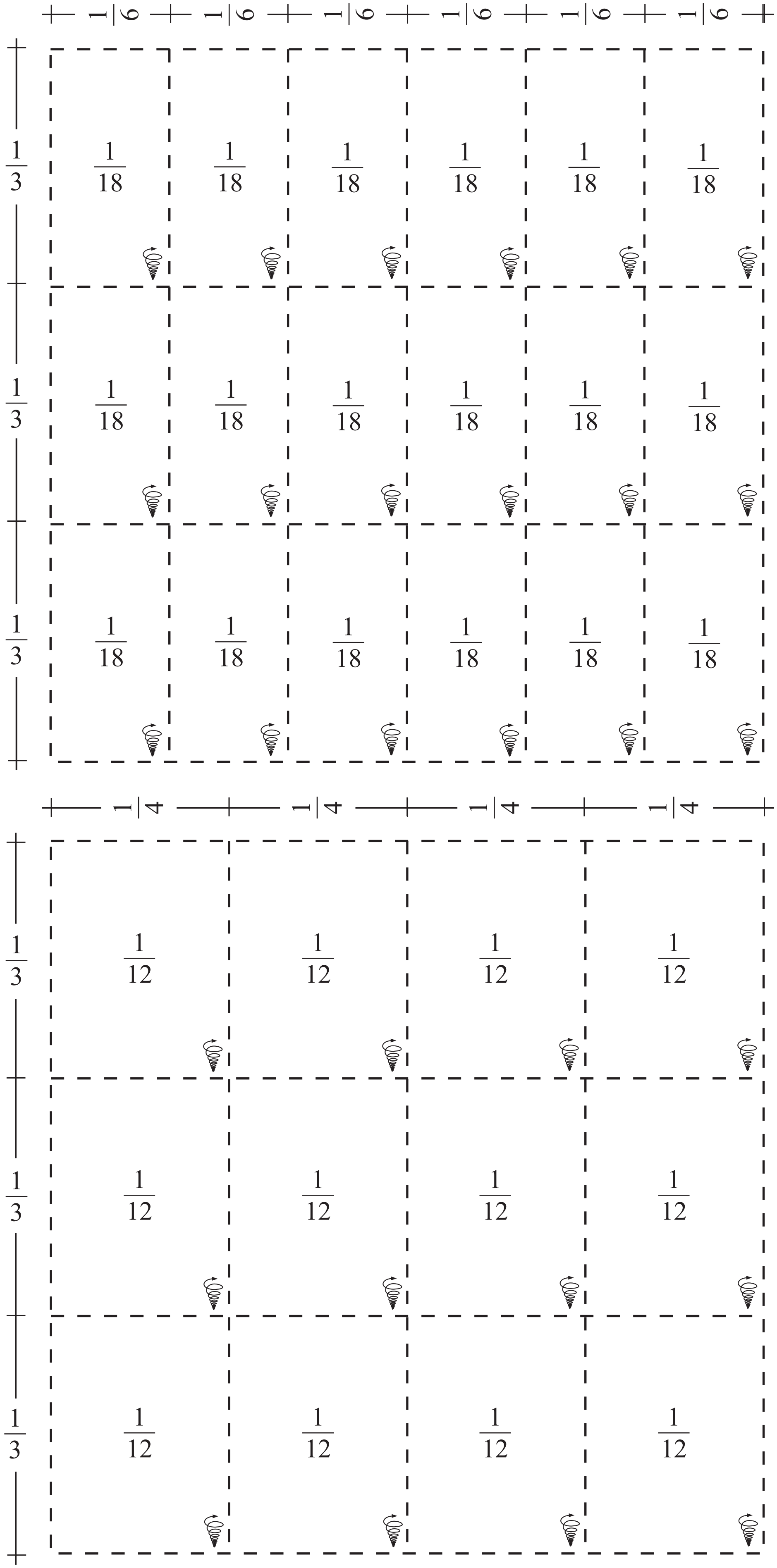
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$

	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$

	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$

Cartulina 2


1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6
1/3
1/18 1/18 1/18 1/18 1/18 1/18
1/3
1/18 1/18 1/18 1/18 1/18 1/18
1/3
1/18 1/18 1/18 1/18 1/18 1/18
1/4 1/4 1/4 1/4
1/3
1/12 1/12 1/12 1/12
1/3
1/12 1/12 1/12 1/12
1/3
1/12 1/12 1/12 1/12

Cartulina 3